

Energieumwandlung beim Laufen

Experimente und Modellierung mithilfe von Smartphones

1. Aufgabe

Beim Laufen muss für folgende Prozesse Energie umgewandelt werden:

W_1 („vertikale Sprungarbeit“): Anhebung des Körperschwerpunkts bei jedem Schritt (um ca. 4,2 % der Körpergröße) ¹⁾;

W_2 (Hubarbeit): Anhebung des Körpers um die zurückgelegten Höhenmeter (aufwärts);

Beschleunigung von Armen und Beinen: Wird vernachlässigt, da die Bewegungen als Pendelbewegung betrachtet werden können, die ohne größere Energiezufuhr erfolgen;

Anstieg der Körpertemperatur (innere Energie) und Schwitzen (Verdampfungswärme): Kann durch einen Wirkungsgrad berücksichtigt werden:

$$\eta = \frac{\text{verrichtete mechanische Arbeit}}{\text{über den Stoffwechsel umgewandelte Energie}} \approx 0,20.$$

Luftwiderstandskraft: Kann beim Laufen infolge geringer Geschwindigkeiten vernachlässigt werden.

2. Aufgabe

Die abgeschätzte Energieumwandlung ergibt sich als Summe der vertikalen Sprung- und Hubarbeit und unter Berücksichtigung des menschlichen Wirkungsgrads:

$$W = \frac{m \cdot g \cdot h \cdot N + m \cdot g \cdot H}{\eta},$$

(m Masse des Läufers; h Strecke, um die der Körperschwerpunkt bei jedem Schritt angehoben wird, g Erdbeschleunigung ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$); N Anzahl der Schritte; H zurückgelegte Höhenmeter, aufwärts).

3. Aufgabe

Zur Bestimmung der Schrittzahl bieten sich grundsätzlich zwei Möglichkeiten an:

- Ermittlung über die Schrittfrequenz:** Man ermittelt zunächst experimentell seine Schrittfrequenz beim Laufen (Anzahl der Schritte pro Minute). Multiplikation der Schrittfrequenz (in min^{-1}) mit der Zeit (in min) liefert die Schrittzahl des Laufs.
- Ermittlung über Schrittlänge:** Man ermittelt zunächst experimentell seine Schrittlänge beim Laufen. Dividieren der zurückgelegten Strecke (in m); mit der der Schrittlänge (in m) ergibt die Schrittzahl des Laufs.

4. Aufgabe

Persönliche Daten	
Körpermasse in kg	100
Körpergröße in m	1,82
Daten des Laufs	
Strecke in km	6,45
Zurückgelegte Höhenmeter (aufwärts) in m	15
Zeit	52 min 15 s
Schrittfrequenz in min^{-1}	155 ²⁾
Von Runtastic angegebene Energieumwandlung in kcal	729

Tab. 1 | Ergebnisse eines Beispiellaufs

Einsetzen der Zahlenwerte in die bei Aufgabe 2 formulierte Gleichung ergibt die umgewandelte Energie zu 743 kcal. Die Abweichung zur Runtastic-Angabe beträgt somit ca. 2%. Für die Beispielmessung liefert das Modell somit ein ausreichend genaues Ergebnis. ³⁾

5. Aufgabe

Zur Angabe einer Faustformel für die beim Laufen umgewandelte Energie ΔE vernachlässigen wir die zurückgelegten Höhenmeter, berücksichtigen also lediglich die vertikale Sprungarbeit:

$$W = \frac{m \cdot g \cdot h \cdot N}{\eta} = \frac{m \cdot g \cdot h \cdot s}{\eta \cdot l} = \frac{g \cdot h}{\eta \cdot l} m \cdot s \approx 3,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot m \cdot s$$

(Annahmen: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $h \approx 0,08 \text{ m}$, $\eta = 0,20$, $l = 1 \text{ m}$).

Die umgewandelte Energie beträgt ca. 4 kJ (bzw. ca. 1 kcal) pro kg Körpermasse und Kilometer gelaufenem Weg. Diese Faustformel stimmt mit der in [3] angegebenen Beziehung überein.

6. Aufgabe

$$W = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{km}} \cdot m \cdot s \Rightarrow s = \frac{W}{1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{km}} \cdot m} = \frac{530 \text{ kcal}}{1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{km}} \cdot 70 \text{ kg}} \approx 7,6 \text{ km}$$

7. Aufgabe

Führt man eine Messung bei ruhendem Smartphone durch, so wird eine Energieumwandlung angezeigt, obwohl keine Strecke zurückgelegt wird. Offenbar geht „Runtastic“ bei der Energieberechnung von einer bestimmten Schrittfrequenz aus und bestimmt die Schrittzahl allein unter Berücksichtigung der Laufdauer.

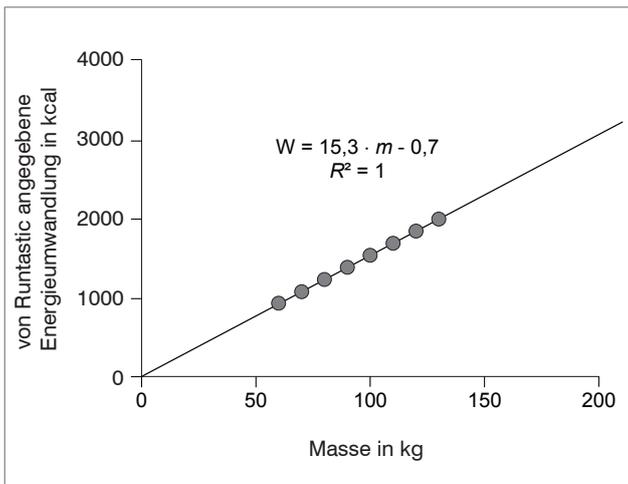
Persönliche Daten	
Körpermasse in kg	100
Körpergröße in m	1,82
Daten des Laufs	
Strecke in km	0,08 ⁴⁾
Zurückgelegte Höhenmeter (aufwärts) in m	0
Zeit	1 h 48 min 43 s
Schrittfrequenz in min^{-1}	155
Von Runtastic angegebene Energieumwandlung in kcal	1527

Tab. 2 | Beispielmessung

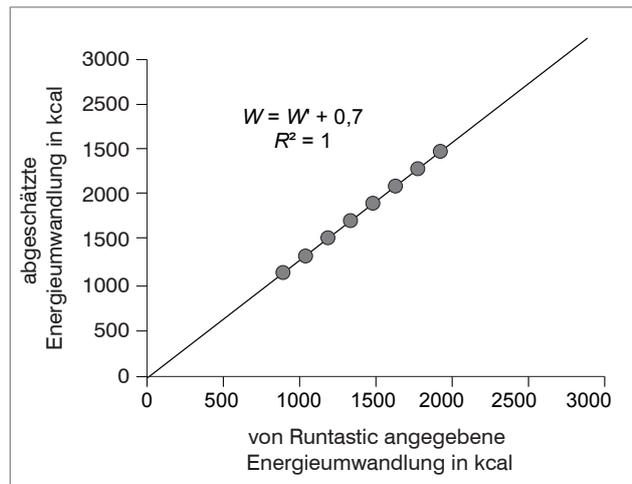
Unter Berücksichtigung einer für Hobbyläufer typischen Schrittfrequenz von 155 min^{-1} ergibt sich die umgewandelte Energie zu 1509 kcal; die Abweichung zum „Runtastic“-Wert liegt somit bei ca. 1%.

8. Aufgabe

- Die beim Laufen umgewandelte Energie ist zur Körpermasse proportional.
- Auftragen der Energieumwandlung nach der Masse führt auf eine Ursprungsgerade (ihr Ordinatenabschnitt ist nicht signifikant von Null verschieden), was den in a) formulierten proportionalen Zusammenhang bestätigt (**s. Abb. 1**).



1 | Die dargestellte Messreihe wurde mit der Ruhemessung aus Aufgabe 6 erstellt



2 | Auf empirischer Basis abgeschätzte und von der App „Runtastic“ ermittelte Daten

c) Bei einem guten Modell entspricht der Kurvenverlauf gerade der Winkelhalbierenden. Wie der nachfolgenden Abbildung, der Steigung $m = 1$ und dem Bestimmtheitsmaß $R^2 = 1$ (!) entnommen werden kann (beides Ergebnisse einer linearen Regression), ist dies für das in Aufgabe 2 formulierte Modell sehr gut erfüllt (der Ordinatenabschnitt von 0,7 ist nicht signifikant von Null verschieden).

9. Aufgabe

Entsprechend Hilfe 8 wurde eine Beispielmessung bei starkem Wind mit dem in Tabelle 3 wiedergegebenen Ergebnis durchgeführt. Es ergeben sich nahezu identische Werte der umgewandelten Energie jeweils für Hin- und Rückweg, weshalb gefolgert werden kann, dass Windeinflüsse bei der Runtastic-Berechnung nicht berücksichtigt werden.

	Hinweg bei starkem Rückenwind	Rückweg bei starkem Gegenwind
Persönliche Daten		
Körpermasse in kg	100	100
Körpergröße in m	1,82	1,82
Daten des Laufs		
Strecke in km	3,52	3,31
Zurückgelegte Höhenmeter (aufwärts) in m	0	14
Zeit	26 min 39 s	26 min 01 s
Von Runtastic angegebene Energieumwandlung in kcal	394	378
Energieumwandlung pro Kilometer in kcal/km	$\frac{\text{umgewandelte Energie}}{\text{Strecke}} = 112 \frac{\text{kcal}}{\text{km}}$	$\frac{\text{umgewandelte Energie}}{\text{Strecke}} = 114 \frac{\text{kcal}}{\text{km}}$

Tab. 3 | Messung bei starkem Wind (vor Beendigung der Messung wurde bereits eine kurze Strecke des Rückwegs zurückgelegt, was die Streckendifferenz erklärt)

Anmerkungen

- 1) Auf verschiedenen Internetseiten findet man, dass der Körperschwerpunkt um 4–5 % der Körpergröße bei jedem Schritt angehoben wird (z. B. [3]). Der hier angegebene Wert wurde auf Grundlage eines Datensatzes verschiedener „Runtastic-Läufe“ regressionsanalytisch bestimmt.
- 2) Die Schrittfrequenz bei Hobbyläufern liegt typischerweise zwischen 150 und 160 Schritten pro Minute, weshalb in der vorliegenden Arbeit durchweg von 155 Schritten pro Minute ausgegangen wird (s. a. http://www.laufen-in-siegen.de/index.html?./html/laelles_1.html oder <http://www.trainingsworld.com/training/schneller-effizienter-laufenschriftfrequenz-schritllaenge-2823688.html>).
- 3) Genauere Analysen zeigen, dass Runtastic die zurückgelegten Höhenmeter unberücksichtigt lässt, was infolge der hohen GPS-Unge nauigkeit (bezogen auf die Höhe) durchaus sinnvoll erscheint. Aus diesem Grund erreicht man bei Vernachlässigung der zurückgelegten Höhenmeter i. d. R. eine noch bessere Übereinstimmung mit der von Runtastic angegebenen Energieumwandlung.
- 4) Das Smartphone befand sich während der gesamten Messung in Ruhe. Die angegebene Laufdistanz von 80 m ist Folge der GPS- Unge nauigkeit.