

Kurzfassungen

Basisartikel

Christoph Ableitinger, Johanna Heitzer

Grenzwerte unterrichten

Propädeutische Erfahrungen und Präzisierungen

Der Grenzwertbegriff ist in vielen Lehrplänen kein eigenständiger Inhalt mehr. Da wichtige Begriffe der Schulanalyse allerdings darauf basieren, stellt sich die Frage, in welcher Weise dennoch tragfähige Vorstellungen zum Grenzwert aufgebaut werden können. Der Themenkanon der Schulmathematik bietet dazu vielfältige Anlässe. Von spielerischen Aufgaben in der 5. Klasse bis zu kritischen Reflexionen in der Oberstufe bleibt das Phänomen „Grenzwert“ faszinierend.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 2–10

Unterrichtspraxis 5.–6. Schuljahr

Agnes Peters

Von Brüchen und mehr

Ein erster Zugang zum Grenzwertbegriff

Bruchrechnenübungen lassen sich sehr gut für einen ersten intuitiven Zugang zu Grenzwertbetrachtungen nutzen. Dieser Beitrag stellt Anregungen vor, die eine vertiefte Auseinandersetzung mit verschiedenen Aspekten der Bruchrechnung initiieren und darüber hinaus zu ersten Grenzwertbetrachtungen führen können. Die Aufgaben lassen sich leicht variieren und für die jeweiligen Lerngruppen bzw. für individuelle Lerntypen und Leistungsniveaus adaptieren.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 12–14

Unterrichtspraxis ab 6. Schuljahr

Ludwig Bauer

Aktivitäten rund um $0,9\bar{9}$

Im Beitrag werden Aktivitäten und Aufgaben vorgestellt, die sich in verschiedenen Jahrgangsstufen des Mathematikunterrichts mit dem Thema $0,9\bar{9}$ beschäftigen. Die Aufgaben sollen Aspekte und Zugangsweisen zu $0,9\bar{9}$ erfassen und im Sinne eines spiralförmigen Unterrichts Anlässe bereitstellen, bei denen die Schüler ihre anschaulich-intuitiven Vorstellungen zu $0,9\bar{9}$ artikulieren und mathematisch präzisieren können. Lösungshinweise zu ausgewählten Aufgaben finden Sie im Online-Material (Downloadcode auf S. 1 im Heft).

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 15–19

Unterrichtspraxis 8.–9. Schuljahr

Johanna Heitzer

Kein Rechner klärt Konvergenz

Wo sind die Grenzen meines Taschenrechners – welches ist die größte, welches die kleinste positive darstellbare Zahl? In der Nähe dieser Zahlen verstößt der Taschenrechner gegen Rechengesetze. Am Beispiel eines durch Abkleben auf 3 Stellen reduzierten Taschenrechners werden die grundsätzlichen Grenzen erlebbar. Das Aufzeigen der Schwierigkeiten des Rechners bei Konvergenzfragen motiviert theoretische Überlegungen. Dabei lernen die Schülerinnen und Schüler ein täglich benutztes Werkzeug besser kennen und einordnen.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 20–22

Unterrichtspraxis ab 10. Schuljahr

Heiner Platzbecker

Der harmonische Turm von Korschenbroich

Der Artikel berichtet aus einem Projektkurs zum Thema „Unendliche Reihen“. Untersucht wird, wie man identische Bücher so auf einem Tisch stapeln kann, dass das oberste Buch maximal über die Tischkante ragt. Der Überhang kann beliebig groß werden – zu dieser Entdeckung führt die Untersuchung der Harmonischen Reihe. In einer zweiten Aufgabe über ein ungewöhnliches Gummiband erkunden die Lernenden die „langsame“ Divergenz dieser Reihe.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 23–25

Unterrichtspraxis ab 10. Schuljahr

Stefan Götz, Evelyn Süß-Stepancik

Es nähert sich an, ... und dann?

Folgenreiches zum Grenzwert von Folgen

Der Grenzwertbegriff gehört zu den komplexesten mathematischen Konzepten im Mathematikunterricht der Sekundarstufe. Der Transfer dieses Konzepts in den Unterricht verlangt eine didaktische Reduktion. Der Beitrag bietet, basierend auf einer Sachanalyse, (minimale) Grundkenntnisse zum Grenzwertbegriff von Folgen und Unterrichtsvorschläge dazu.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 26–29

Unterrichtspraxis 10./11. Schuljahr

Hauke Friedrich

Zu einem Zeitpunkt gibt es keine Geschwindigkeit – oder doch?

Die lokale Änderungsrate besser einordnen

Welche Vorstellungen entwickeln Jugendliche, wenn sie mit dem Grenzwertbegriff beim Ableiten in verschiedenen Sachkontexten konfrontiert werden? Meine Schülerinnen und Schüler nannten stets zwei Vorstellungen, die einerseits gegensätzlich erscheinen und andererseits aus den griechischen Paradoxien bekannt sind. Die Konsequenz daraus ist, dass beide Vorstellungen möglich sind, man sich im Unterricht aber auf eine ganz bestimmte verabredet.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 30–33

Unterrichtspraxis 10. – 12. Schuljahr

Hans Humenberger

Ein Grenzwert zum Anfassen

Mit Glasröhrchen und Tabellen zu Gleichgewichten

Die hier vorgestellte Einheit beginnt mit einem (möglichst realen) Experiment: Wird sich der Wasserstand in unterschiedlich gefüllten, gleich großen Zylindern durch ein Hin und Her bestimmter Wassermengen einpendeln? Es folgt die Simulation mit einem Tabellenkalkulationsprogramm. In beiden Fällen geht es um einen stationären Zustand, mathematisch gesehen um einen Grenzwert. Verschiedene Konvergenzbegründungen runden den Artikel ab.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 34–37

Kurzfassungen

Unterrichtspraxis 11. Schuljahr

André Henning, Andrea Hoffkamp

Der analytische Schritt

Kann man Grenzwerte erlebbar machen?

Die interaktive Lernumgebung „Auf dem Weg zur Ableitungsfunktion“ bietet in drei Aufgaben dynamische Visualisierungen, mit denen die Schülerinnen und Schüler schrittweise ihr formales und geometrisches Verständnis des Differenzenquotienten hinterfragen und vertiefen können.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 38–40

Unterrichtspraxis 10.-12. Schuljahr

Matthias Brandl

Stochastik versus Analysis

Stabilisieren ist nicht Konvergieren

„Jetzt habe ich schon sieben Mal eine ungerade Augenzahl gewürfelt – jetzt kommt eine gerade dran!“ – Selbst wer es theoretisch besser weiß, mag so ein Gefühl der Erwartung hegen. Bei einer Folge geometrischer Figuren oder einer Zahlenfolge sind wir hingegen auf sichererem Boden. Einfache Beispiele und formale Überlegungen zeigen den Unterschied zwischen dem „schwachen“ Konvergenzbegriff der Stochastik und dem „sicheren“ Konvergenzbegriff der Analysis.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 41–43

Magazin

Horst Struve, Ingo Witzke

Zur historischen Entwicklung des Begriffs „Grenzwert von Funktionen“

Der zentrale Begriff in den von Leibniz entwickelten calculus differentialis und calculus integralis war die „infinitesimale“, die unendlich kleine Größe. Im Beitrag skizzieren die Autoren den Grundgedanken dieses calculus. Aufgrund der Schwierigkeiten im Umgang mit infinitesimalen Größen wurde ein neuer Aufbau des calculus entwickelt, der zu der modernen Analysis führte. Hieran beteiligt waren Euler, Cauchy und Weierstraß. Der Artikel schließt mit einer Diskussion der aktuellen Analysis im Schulunterricht.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 44–46

Ideenkiste, 6. – 11. Schuljahr

Wilfried Herget, Axel Goy

Das verschwundene Kamel

Ein Märchen wie aus dem Orient – so kommt die Knobelaufgabe um das Verteilen einer Kamelherde an drei Nachkommen daher. Der Trick: Jemand stellt ein Kamel dazu, alles wird wunschgemäß verteilt – und ein Kamel bleibt übrig, das der Spender wieder mitnimmt. Schon ab Klasse 6 kann die Aufgabe mithilfe von Überlegungen zu Brüchen und Teilmengen untersucht werden. Weiterführend kann man in höheren Klassen den Bogen schlagen zu Folgen und Reihen sowie Beweise zur geometrischen Summenformel nachvollziehen.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), S. 50–51

Mathe-Welt 7. – 10. Schuljahr

Manfred Pietsch, Hans Walser

Dritteln durch Halbieren

Wie können drei Goldgräber ihr Gold mit einer Balkenwaage (also durch Halbieren) gerecht aufteilen? Welches Muster bildet ein nach gewissen Regeln immer wieder gefalteter Papierstreifen? Diese inhaltlich identischen Einstiege bieten erste Konvergenzerfahrungen. Der Folgenbegriff erscheint als eine (Ab-)Folge von Handlungsschritten, die zu einer sichtbaren Stabilisierung führen. Bei Berechnungen mit Brüchen und Dezimalzahlen wird die prinzipielle Endlosigkeit der Annäherung an einen Grenzwert deutlich.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), Beilage

Poster 9. – 13. Schuljahr

Tobias Hock

Grenzwerte – ein Poster

In den Sekundarstufen gibt es viele Gelegenheiten, Grenzwerte zu thematisieren. Hier sind die wichtigsten mit Bildern und Impulsfragen auf einem DIN-A1-Poster zusammengestellt: vom Wettlauf mit der Schildkröte über geometrische Aspekte (Koch'sche Schneeflocke, geometrische Reihe, Annäherung des Kreises durch Vielecke, Wurzelbestimmung nach Heron) bis zur Integral- und Differenzialrechnung. Auch Anwendungen in den Naturwissenschaften und der stochastische Blick sind vertreten.

mathematik lehren 180, Oktober 2013 (30. Jg.), Beilage