

## Kurzfassungen

Basisartikel

Jürgen Roth, Hans-Stefan Siller

### Bestand und Änderung

Grundvorstellungen entwickeln und nutzen

Bestand und Änderung sind zentrale Konzepte für funktionale Zusammenhänge, die auch im Alltag von großer Bedeutung sind. Im Mathematikunterricht sollten daher Grundvorstellungen dazu aufgebaut und regelmäßig genutzt werden. Der Beitrag bietet eine Übersicht zu verschiedenen Grundvorstellungen des Funktions-, Ableitungs- und Integralbegriffs.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 2–9

Unterrichtspraxis 4.–5. Schuljahr

Gerald Wittmann

### Unterscheiden von Bestand und Änderung

Zugänge zu funktionalem Denken in der Grundschule

Während die Betrachtung des Bestands für Schülerinnen und Schüler häufig naheliegend ist, brauchen sie geeignete Impulse, um den Blick auch auf die Änderung zu richten. In diesem Beitrag werden hierzu vier Möglichkeiten aufgezeigt: im Rahmen von Sachkontexten, über figurierte Zahlen, bei strukturierten Päckchen und im Kontext von Zahlenmauern.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 9–13

Unterrichtspraxis 8.–11. Schuljahr

Tobias Rolfes

### Auf & Ab in Säulendiagrammen

Grundvorstellungen zu Bestand und Änderung aufbauen

Die in der Presse häufig verwendeten Säulendiagramme eignen sich gut, um anknüpfend an Alltagserfahrungen ein tieferes konzeptuelles Verständnis von Beständen und Änderungen aufzubauen. Diskrete Daten ermöglichen eine leichtere Analyse. In zwei bis drei Unterrichtsstunden ermitteln die Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Säulendiagrammen relative und absolute Änderung, Änderungsrate, größter Bestand und größte Änderung.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 14–17

Unterrichtspraxis 9./10. Schuljahr

André Henning, Andrea Hoffkamp

### Funktionen beschreiben Veränderungen

Steigung und charakteristische Stellen verstehen

Die Idee in diesem ca. zweistündigen Unterricht ist ein ganz neuer Blick auf lineare Funktionen. Gegeben ist eine (zunächst rechteckige) Figur, die von links nach rechts überstrichen wird. Wie wächst dabei die überstrichene (in der Animation farbige) Fläche? Die Schülerinnen und Schüler beschreiben charakteristische Stellen für das Änderungsverhalten von Funktionen und arbeiten diese anhand weiterer Figuren heraus.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 18–21

Unterrichtspraxis 8./9. Schuljahr

Irene Grafenhofer, Vanessa Klöckner

### Ein Experiment zu Bestand und Änderung

Der Stechheber-Versuch im Mathematikunterricht

Das Beobachten von Bestand und Änderung zum chemischen Gleichgewicht und Stoffkreisläufen ist eine spannende Thematik, die man auch im Mathematikunterricht konstruktiv in der Sek I und II nutzen kann. In diesem Artikel dient ein einfaches (Gedanken-)Experiment als Einstieg zur Modellierung einfacher Differenzgleichungen bzw. zur verständnisorientierten Begriffsentwicklung des Grenzwerts.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 22–24

Unterrichtspraxis 10./11. Schuljahr

Elisabeth Weber, Katalin Retterath, Christina Bauer (geb. Collet)

### Mit Vollgas in die Differenzialrechnung

Die Frage „Fährt Frau Rasante zu schnell?“ führt die Schülerinnen und Schüler durch Analyse realer Messwerte schrittweise zum Aufbau von Grundvorstellungen zum Ableitungsbegriff. Ausgehend von der absoluten Änderungsrate erfahren die Lernenden den numerischen und den geometrischen Zugang zur momentanen Änderungsrate. Im Artikel und dem vielfältigen Online Material wird beschrieben, wie man selbst solche Messwerte erhält und auswertet.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 25–28

Unterrichtspraxis 11. Schuljahr

Christian Fahse

### Bestand, Änderung – und dann?

Ein intuitiver Zugang zu Differenzialgleichungen als Schlüssel für e-Funktion und Integral

Welche Funktion ist gleich ihrer eigenen Ableitung? Diese handlungsorientierte Aufgabenstellung ist für Kurse auf grundlegendem und erhöhtem Niveau geeignet, um die Exponentialfunktion einzuführen. Aber nicht nur das: Gleichzeitig wird es möglich, Differenzialgleichungen und Integrale numerisch zu lösen. Dieser Zugang vernetzt damit wesentliche Themen der Analysis.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 29–32

Unterrichtspraxis 11.–13. Schuljahr

Anja Becher, Hellen Ossmann

### Mit Wasserhahn-Applets

zur Integralrechnung Grundvorstellungen vernetzt in fünf Bildern

Ausgangspunkt der hier vorgestellten Unterrichtsreihe ist die Grundvorstellung des rekonstruierten Bestandes. Die Schülerinnen und Schüler sollten am Ende in der Lage sein, zwischen dieser und der geometrischen Grundvorstellung der Integralrechnung zu wechseln. Ein GeoGebra-Appllet ermöglicht einen flexiblen Übergang zwischen den vier Grundvorstellungen Änderungsrate, rekonstruierter Bestand, orientierter Flächeninhalt und Tangentensteigung.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 33–36

## Kurzfassungen

Unterrichtspraxis 11.–13. Schuljahr

*Werner Blum, Hans-Jürgen Elschenbroich, Kerstin Krimmel*

### **Das Integral wirklich verstehen**

Ein inhaltlich-anschaulicher Zugang zum Integralbegriff und zum Hauptsatz

Der Artikel bietet einen Unterrichtsvorschlag für die Einführung des Integralbegriffs über Rekonstruktionsprobleme (Höhe aus Geschwindigkeit, Volumen aus Flussraten), eine Integraldefinition über einen charakteristischen fünfschrittigen Prozess (Intervalleinteilung – Konstantsetzung – Produktbildung – Summierung – Verfeinerung) und einen schnellen, inhaltlich orientierten Weg zum Hauptsatz (beide Teile).

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 37–42

Unterrichtspraxis 11.–13. Schuljahr

*Johanna Heitzer*

### **Änderungsraten und Bilanzen**

Zeit-los bedeutsam

Änderungsraten und Bilanzen erhöhen den Anwendungsbezug und die Aufgabenvielfalt in der Analysis. Allerdings ist die Deutung, insbesondere in zeitfreien Fällen, nicht trivial. Lernenden unterlaufen Fehlinterpretationen und Übergeneralisierungen (teils sogar von Schulbüchern inspiriert). Der Beitrag zeigt, wie dies aufgedeckt oder verhindert werden kann, um die Vielfalt der Anwendungen zu erschließen und tiefer über Änderungs- und Bilanzfragen nachzudenken.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 43–46

Ideenkiste 7.–12. Schuljahr

*Hans-Jürgen Elschenbroich*

### **Modellieren mit dem KUMULATOR**

Vorgestellt wird eine einfache GeoGebra-Lernumgebung zur Modellierung von Wachstumsprozessen und dynamischen Systemen. Dabei geht es nicht darum, Differenzialgleichungen zu ermitteln. Vielmehr werden nach dem Prinzip „Von der Änderung zum Bestand“ schrittweise die jeweiligen Änderungen addiert und so der aktuelle Bestand aufgebaut. Der Beitrag bietet eine Übersicht zu den verschiedenen (schulrelevanten) Wachstumsprozessen.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), S. 50–51

MatheWelt ab 10. Schuljahr

*Insa Schreiber*

### **Änderungsgraphen**

In dieser Mathe-Welt geht es um den Aufbau einer intuitiven und tragfähigen Vorstellung von Bestandsgraphen und Änderungsgraphen in unterschiedlichen Kontexten. Im Zentrum steht (noch) nicht die exakte Bestimmung der Ableitungsfunktion oder die Ableitung an einer bestimmten Stelle einer Funktion, sondern das graphische Ableiten und der Einblick in grundlegende Zusammenhänge. GeoGebra-Animationen unterstützen den Lernprozess.

mathematik lehren 199, Dezember 2016 (33. Jg.), Beilage