28

Eiskugeln

Jahrgangsstufe 9/10 Schwierigkeitsgrad mittel

Inhalt Kugel- und Kegelvolumen

Sozialform Gruppenarbeit → Klassengespräch

Zeitbedarf 20 Minuten



Nimm mal an, du füllst diese Eistüte mit normalgroßen Eiskugeln. Wie viele Kugeln passen hinein?

Es wird angenommen, dass das Volumen der Tüte vollständig mit Eis ausgefüllt wird. Das ist durchaus realistisch, da auch schon bei kleineren Eistüten die Kugeln zusammengedrückt werden und nahezu kein Zwischenraum verbleibt. Dem Bild kann man folgende Längen entnehmen: Höhe \approx 1,40 m; Durchmesser \approx 0,55 m. Daraus ergibt sich für das Volumen:

$$V_{\text{Tüte}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{Tüte}} = \frac{\pi \cdot 27^2 \cdot 140}{3} \approx 107000 \, \text{cm}^3$$

Durchmesser einer normalgroßen Eiskugel d ≈ 4,6 cm

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 2.3^3}{3} \approx 51 \text{ cm}^3$$

Es passen also rund 2100 Eiskugeln in diese Tüte.

29

Reichstagskuppel

Jahrgangsstufe 9/10

Schwierigkeitsgrad mittel/schwierig

Inhalt Funktionsgraphen

Sozialform Partnerarbeit → Klassengespräch

Zeitbedarf 30 Minuten oder als Wochenaufgabe



[...]

- a. Wie hoch ist die Kuppel ungefähr?
- b. Nimm an, jemand geht gleichmäßig schnell auf diesem Weg nach oben. Zeichne einen Graphen, der die Höhe der Person über dem Startpunkt in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.
- c. Zeichne einen zweiten Graphen, der den Abstand vom Startpunkt in Abhängigkeit von der Zeit zeigt.

- **a.** Angenommen die Personen vor der Kuppel sind 1,80 m groß und die zwölf sichtbaren Segmente sind jeweils gleich hoch, so errechnet sich die Kuppelhöhe daraus mit 21,60 m.
- b. Man kann annehmen, dass der spiralförmige Weg gleichmäßig ansteigt. Der Graph ist also eine Gerade. In Wirklichkeit gibt es mehrere Stellen, an denen der Weg über eine kurze Distanz nicht ansteigt. Diese kleinen Strecken sind aber im Bild nicht erkennbar und für die Lösung nicht relevant.
- c. Bei diesem Aufgabenteil treten mitunter größere Verständnisprobleme auf:
 - ▶ Einige Lernende erkennen nicht den Unterschied zwischen dieser Teilaufgabe und Aufgabe b.
 - ▶ Es gibt Probleme, sich die Situation konkret vorzustellen. Zur Veranschaulichung kann man eine Halbkugel benutzen und mit einem Faden die Veränderung des Abstands demonstrieren.

Bei der Umsetzung in einen Graphen wird von den Lernenden gutes Vorstellungsvermögen verlangt. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, die Modellierung in mehreren Schritten vorzunehmen und bei jedem Schritt die Genauigkeit zu verbessern:

- ▶ Rein qualitativ kann erarbeitet werden, dass der Abstand zunächst zunimmt, ab einer bestimmten Stelle aber wieder geringer wird. Der Punkt über dem Startpunkt liegt etwas höher als der Startpunkt selbst. Also geht der Bogen nicht ganz bis zur Zeitachse zurück. Dies lässt sich nun in mehreren Bögen zeichnen, die "Fußpunkte" wandern langsam nach oben.
- ► Für die nächste Verbesserung der Kurve muss berücksichtigt werden, dass die Weglänge der einzelnen Runden abnimmt, da die Kugel sich nach oben hin verjüngt. Das bedeutet für den Graphen, dass die Bogenweite geringer wird.
- ► Abschließend ließe sich überlegen, ob die "Fußpunkte" entlang einer Geraden wandern. Das ist der Fall, da die Höhe gleichmäßig zunimmt.

