# 3 Darstellung von Geraden im kartesischen Koordinatensystem

## 3.1 Beziehungen zwischen Punkten und Vektoren des Anschauungsraums

### *Stundenbild*

Die Schüler erwerben folgende inhaltliche und prozessbezogene mathematische Kompetenzen:

- Zwei Punkten $A$ und $B$ des Anschauungsraums wird ein Vektor $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ zugeordnet. Er ist von $A$ nach $B$ gerichtet.
- Einem Vektor $\vec{a}$ mit seinem Anfangspunkt $A$ ist ein zweiter Punkt $B$ zugeordnet, so dass gilt: $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.
- Sind die Punkte $A, B, C$ Punkte des Anschauungsraums, dann gilt: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- Ist 0 (null) ein fester Punkt des Anschauungsraums, insbesondere der Ursprung des kartesischen Koordinatensystems, dann wird einem Punkt $P$ des Anschauungsraums der Vektor $\overrightarrow{0P} = \vec{p}$ zugeordnet. $\overrightarrow{0P} = \vec{p}$ bezeichnen wir als ***Ortsvektor des Punktes P***.
- Ein Punkt und sein Ortsvektor haben im räumlichen Koordinatensystem dieselben Koordinaten. Für die Darstellung des Punktes benutzen wir die Zeilenform, für die Darstellung seines Ortsvektors die Spaltenform: $P(p_1|p_2|p_3)$; $\overrightarrow{0P} = \vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$
- Sind $P$ und $Q$ zwei beliebige Punkte des Anschauungsraums, dann lässt sich der Vektor $\overrightarrow{PQ}$, der den Punkten $P$ und $Q$ zugeordnet ist, mit Hilfe der Ortsvektoren der Punkte $P$ und $Q$ wie folgt darstellen: $\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p}$.

### 3.1.1 *Zwei Punkten wird ein Vektor zugeordnet*

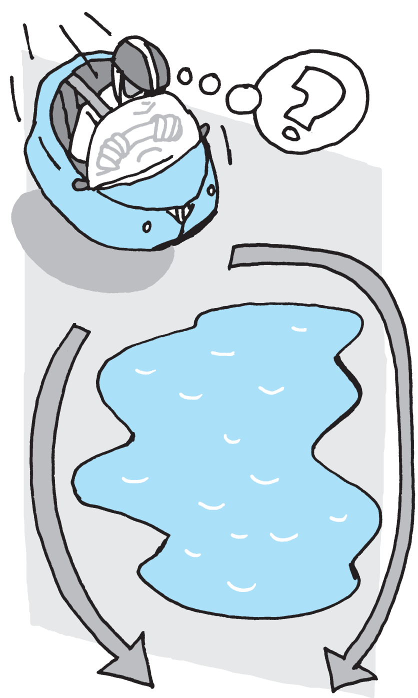


**Methode**
eigenverantwortliches Arbeiten in Gruppen in Kombination mit der fragendentwickelnden Methode des Impulsunterrichts

**Hinführung:** eigenverantwortliches Arbeiten in Gruppen nach dem arbeitsgleichen Verfahren.

*Der Lehrer*

erklärt unter Bezugnahme auf die Projektion des Arbeitsblatts (OHP) zwei Spielvarianten:



**1. Spiel**
Ein Luftkissengleiter soll im ersten Gewinnspiel den Zielpunkt $Z_1$ treffen. Wegen einer Wasserlache auf dem Luftkissentisch kann er dieses Ziel nur auf einem Umweg erreichen.
Er muss zuerst einen der Punkte $A, B, C, D$ der Bande treffen. Nur wenn er auf den richtigen Punkt trifft, wird er nach dem Reflexionsgesetz so reflektiert, dass er beim zweiten Auftreffen den Zielpunkt $Z_1$ erwischt.

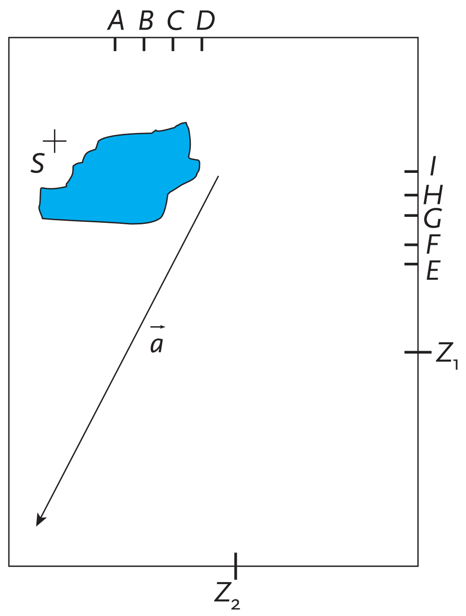



Abb. 3.1

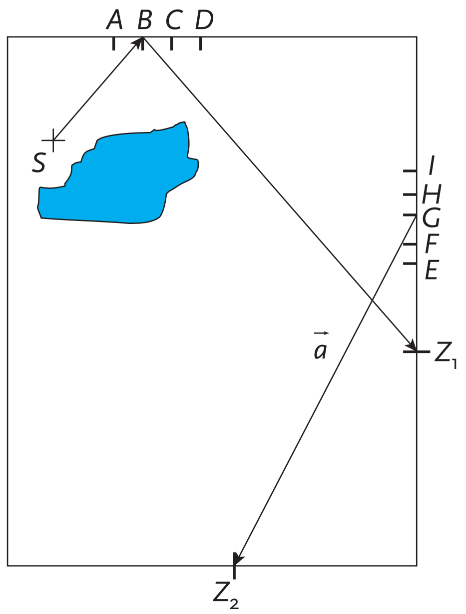



Abb. 3.2

**2. Spiel**

Nun soll der Gleiter von einem der Punkte *E, F, G, H, I* starten. Die Verschiebungsstrecke ist durch den Vektor $\vec{a}$ vorgegeben. Nur einer dieser Startpunkte ist der richtige, um durch Verschiebung längs des Vektors $\vec{a}$ den zweiten Zielpunkt $Z_2$ zu treffen.

Es siegt die Gruppe, welche als Erste ihr Arbeitsblatt mit den richtig eingezeichneten Vektoren bzw. Reflexions- oder Startpunkten für beide Spielvarianten beim Lehrer abgibt.

**Präsentation**

Der Lehrer projiziert das (vorbereitete) Arbeitsblatt mit den korrekt eingezeichneten Vektoren, das mit dem von der Siegergruppe abgegebenen Arbeitsblatt identisch ist.

**Methodenwechsel**

fragend-entwickelnde Methode des Frontalunterrichts

***Lehrerimpuls***

Je zwei Punkte, zwischen denen der Gleiter im ersten Spiel auf Teilstrecken verschoben wird, legen eindeutig den dazugehörigen Verschiebungspfeil und die Verschiebungsrichtung des Gleiters fest.

***Mögliche Schüleraussagen***

Der Startpunkt *S* und der Reflexionspunkt *B* legen den Vektor $\overrightarrow{SB}$ fest. *S* ist der Anfangspunkt und *B* die Pfeilspitze. Demnach sind der Vektor und damit auch die Verschiebung des Gleiters von *S* nach *B* gerichtet.

Die Punkte *B* und $Z_1$ bestimmen den Vektor $\overrightarrow{BZ_1}$ mit dem Anfangspunkt *B*, der Pfeilspitze $Z_1$ und der Verschiebungsrichtung von *B* nach $Z_1$.

Der Lehrer nimmt Bezug auf den Schülerbeitrag:

***Lehrerimpuls***

Die hierdurch festgestellten Beziehungen zwischen Punkten und Vektoren lassen sich für beliebige Punkte *A* und *B* des Anschauungsraums einerseits und des dreidimensionalen Vektorraums der Pfeilklassen andererseits verallgemeinern.

***Erwartete Schüleraussage***

Zwei Punkten *A* und *B* ist der Vektor $\overrightarrow{AB}$ zugeordnet. Er ist von *A* nach *B* gerichtet.

***Der Lehrer ergänzt die Schüleraussage***

Wir bezeichnen diesen Vektor mit $\vec{a}$, so dass gilt: $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

Tafelanschrift

**Beziehungen zwischen Punkten und Vektoren**

1. Zwei Punkten *A* und *B* ist der Vektor $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ zugeordnet.
   Er ist von *A* nach *B* gerichtet.