

8 Der Multiplikationssatz

8.1 Der allgemeine Multiplikationssatz

Stundenbild

1. Stunde

8.1.1 Einführung in die Thematik

Der Lehrer wählt z. B. folgendes Einführungsbeispiel:

15 % einer Bevölkerung fährt in ihrer Freizeit mit dem Fahrrad (Ereignis F). 4 % der Radfahrer halten sich zusätzlich durch Laufen fit (Ereignis L). 1 % der Personen, die in der Freizeit mit dem Fahrrad fahren und sich zusätzlich durch Laufen fit halten, spielen auch noch Tennis (Ereignis T).

65 % der Nichtradfahrer dieser Bevölkerung verzichten auch auf das Laufen. 5 % der Personen, die weder Fahrrad fahren noch laufen, spielen jedoch Tennis.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine beliebig herausgegriffene Person dieser Bevölkerung in der Freizeit alle drei Sportarten betreibt, also sowohl Fahrrad fährt als auch läuft und zusätzlich noch Tennis spielt?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt eine beliebig herausgegriffene Person weder Fahrrad noch hält sie sich durch Laufen fit, spielt jedoch Tennis?

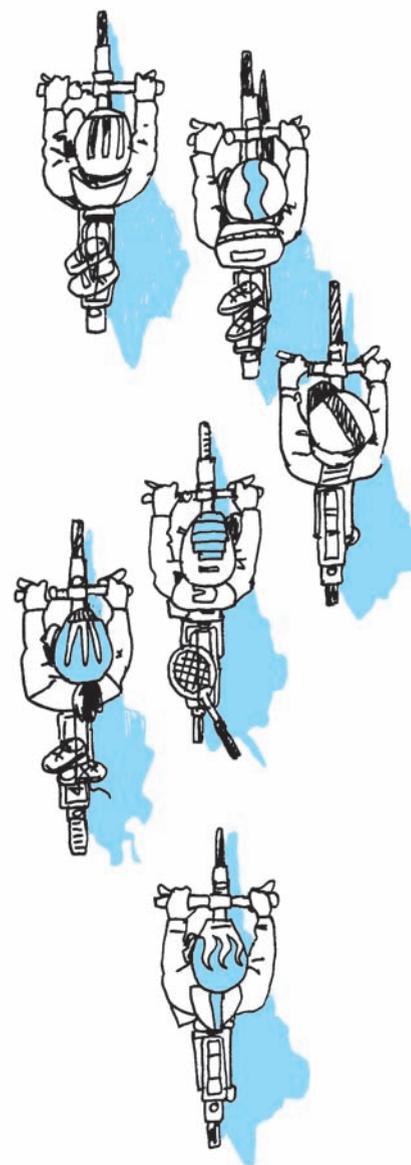
Anmerkung

Für die Einführung wählen wir nur Aufgabenteil a.

Die Schüler erwerben folgende inhalts- sowie prozessbezogene mathematische Kompetenzen. Die Schüler erkennen:

- Gefragt ist nach der Wahrscheinlichkeit $P(F \cap L \cap T)$.
- Diese Wahrscheinlichkeit lässt sich mit Hilfe eines Wahrscheinlichkeitspfads, bei dem der erste Pfadabschnitt in das Ereignis F , der zweite in das Ereignis L , der dritte in das Ereignis T einmündet, bestimmen.
- Der Anteil von 15 % der Bevölkerung, die Fahrrad fahren, entspricht der Wahrscheinlichkeit des ersten Pfadabschnitts: $P(F) = 0,15$.
4 % der Radfahrer, die sich durch Laufen fit halten, entspricht der Wahrscheinlichkeit des zweiten Pfadabschnitts. Es handelt sich um die durch das Ereignis F bedingte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses L : $P_F(L) = 0,04$.
1 % der Fahrradfahrer und Läufer, die zusätzlich Tennis spielen, entspricht der Wahrscheinlichkeit des dritten Pfadabschnitts. Es handelt sich um die durch das Ereignis $F \cap L$ bedingte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses T : $P_{F \cap L}(T) = 0,01$.
- Das Ereignis L ist abhängig vom Ereignis F . Das Ereignis T ist abhängig vom Ereignis $F \cap L$, also abhängig vom Ereignis F und dem Ereignis L . Folglich sind die Ereignisse F , L , T abhängige Ereignisse. Unter Anwendung der 1. Pfadregel gilt für die gefragte Wahrscheinlichkeit:

$$P(F \cap L \cap T) = P(F) \cdot P_F(L) \cdot P_{F \cap L}(T) = 0,15 \cdot 0,04 \cdot 0,01$$



– Für $n \in \mathbb{N}$ abhängige Ereignisse A_1 bis A_n gilt:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 \cap A_2}(\dots) \cdot P_{A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n)$$

(allgemeiner Multiplikationssatz)

Unterrichtsschritte

Methode

Frontalunterricht – fragend-entwickelnde Methode

Lehrerimpuls

Zwischen den Ereignissen „Fahrradfahren“, „Laufen“ und „Tennispielen“ steht in der Fragestellung die Konjunktion „sowohl als auch“ sowie die Konjunktion „und“. Die aufgrund dieser Konjunktionen entstehende Mengenverknüpfung stellen wir mit Hilfe von Mengendiagrammen dar.

Der *Lehrer* bereitet das Mengendiagramm an der Tafel vor. Er beauftragt einen Schüler, die Verknüpfung der Ereignisse F , L und T darzustellen.

Schülerbeitrag



Tafelanschrift

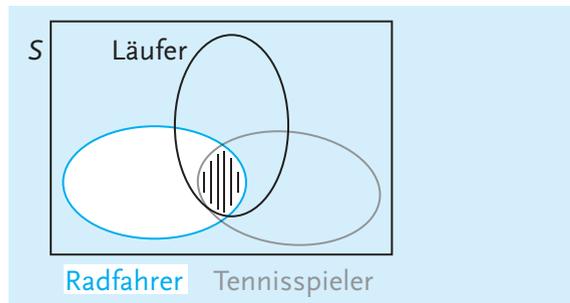


Abb. 8.1

Lehreranweisung

Wir nehmen wieder auf die Fragestellung Bezug und stellen die entstandene schraffierte Menge als Mengenverknüpfung dar.

Möglicher Schülerbeitrag

Die beliebig herausgestellte Person, die sowohl Fahrrad fährt als auch läuft und zugleich noch Tennis spielt, gehört zu Schnittmenge $(F \cap L \cap T)$.

Lehreranweisung

Bezugnehmend auf diese Mengenverknüpfung bestimmen wir den Ansatz für die Frage nach der hier gestellten Wahrscheinlichkeit.

Schüleraussage

Gefragt ist nach der Wahrscheinlichkeit, dass die Schnittmenge der Ereignisse F , L und T eintritt: $P(F \cap L \cap T)$



Tafelanschrift

Lehrerimpuls

Das Eintreten des Ereignisses $F \cap L \cap T$ stellen wir uns als Ergebnis eines mehrstufigen Zufallsexperiments vor:

Wir bestimmen die gefragte Wahrscheinlichkeit mit Hilfe eines Baumdiagramms.

Laut Aufgabentext interessiert aber nur ein Pfad, dessen Pfadabschnitte eine bestimmte Reihenfolge aufweisen.

Schüleraussage

Der erste Pfadabschnitt mündet in das Ereignis F , der zweite in das Ereignis L , der dritte in das Ereignis T .