

## Experimentieren und Entdecken mit dynamischen Arbeitsblättern

### Was ist dynamische Mathematik?

Traditionelle Arbeitsmedien im Mathematikunterricht sind das Schülerheft, das Lehrbuch und die Tafel, gelegentlich auch der Overhead oder Arbeitsblätter. Dynamische Mathematik erweitert dieses Spektrum um den Computer als Werkzeug. Die Schüler können am Bildschirm mathematische Konstruktionen selbst erstellen oder fertige Konstruktionen als Ausgangspunkt für eigenständiges Experimentieren, Forschen und Entdecken nehmen. Doch warum sollte man hierzu den Rechner nutzen? Gibt es einen Mehrwert durch den Computereinsatz?

Dynamische Mathematik mit der Software GEONEX<sup>T</sup> eröffnet neue Wege des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht. Sie bietet Visualisierungsmöglichkeiten, die mit traditionellen Unterrichtsmedien nicht realisierbar sind. Im Gegensatz zu Zeichnungen auf Papier oder an der Tafel sind mit GEONEX<sup>T</sup> erstellte Konstruktionen beweglich: Durch einfaches Ziehen mit der Maus lassen sich geometrische Figuren kontinuierlich am Bildschirm variieren, einzelne Objekte können bei derartigen Bewegungen Spuren in der Zeichenfläche hinterlassen.

Dynamische Mathematik geht über herkömmliche dynamische Geometrie aber noch hinaus: Ein integriertes Computeralgebrasystem schlägt eine Brücke zwischen Geometrie, Algebra und Analysis. Es gestattet beispielsweise, Konstruktionen quantitativ auszuwerten, indem man Streckenlängen, Winkelgrößen oder Punktkoordinaten automatisch messen lässt und diese Messungen als Grundlage für weitere Berechnungen nutzt. Darüber hinaus ist es möglich, mit Funktionen zu arbeiten und etwa Funktionsgraphen in dynamische Konstruktionen zu integrieren.

### Was sind dynamische Arbeitsblätter?

Beim Erstellen von Unterrichtsmaterialien mit dynamischer Mathematik entsteht oft das Bedürfnis, Konstruktionen in einen Textzusammenhang einzubetten – etwa für Arbeitsaufträge oder erklärende Erläuterungen. Die dynamische Mathematiksoftware GEONEX<sup>T</sup> lässt sich dazu in HTML-Seiten integrieren und im Internetbrowser betrachten. Interaktive Konstruktionen, die von den Schülern am Bildschirm dynamisch variiert werden können, in Verbindung mit Text, Bildern, Links und anderen Web-Elementen lassen eine neue Form von Unterrichtsmaterialien entstehen, so genannte dynamische Arbeitsblätter.

Wie kann das Experimentieren und Entdecken mit dynamischen Arbeitsblättern in der alltäglichen Unterrichtspraxis konkret gestaltet werden?

Es wäre voreilig und falsch zugleich, anzunehmen, beim Einsatz dieses Mediums würde das Arbeiten der Schüler weitgehend auf die Bedienung des Computers reduziert, die Kommunikation und die Kooperation im Klassenverband sowie das soziale Miteinander blieben auf der Strecke.

Der Computer und die eingesetzte Unterrichtssoftware sind letztendlich nur Werkzeuge, um eigenständiges Arbeiten der Schüler mit mathematischen Inhalten, gemeinschaftliches Forschen und Entdecken, Argumentieren und Begründen sowie kooperatives Präsentieren und Diskutieren erarbeiteter Resultate anzuregen. Derartige Aspekte müssen bei der Konzeption des Unterrichts berücksichtigt werden.

### Eigenständig arbeiten

Lernen ist ein zutiefst individueller Prozess, ein aktiver Konstruktionsprozess. Er ist von außen nur bedingt steuerbar. Die eigentlichen Lernprozesse laufen im Inneren jedes Einzelnen ab, indem dieser sein eigenes, persönliches Denk-Netz knüpft. Jeder muss sein Wissen und sein Verständnis selbst generieren. Ein Gerät wie den Nürnberger Trichter, mit dem man Wissen in Köpfe füllen kann, gibt es nicht.

Wenn wir Lernen also nicht für einen passiven Vorgang halten, sondern als eine Aktivität verstehen, müssen wir darüber nachdenken, wie diese Aktivität im Unterricht am besten angeregt werden kann.

Dynamische Arbeitsblätter bieten hierzu einen geeigneten Rahmen. Die Schüler sind gefordert, sich eigenständig mit den Problemstellungen und Arbeitsaufträgen auseinander zu setzen, eigene Lernwege zu gehen. Die dynamischen Konstruktionen unterstützen sie dabei.

### Mit Partnern kooperieren

Lernen ist ein sozialer Prozess. Auch wenn die Schüler auf den ersten Blick am Bildschirm arbeiten, sind die Mitschüler und die Lehrkraft unersetzliche Lernpartner. Dynamische Arbeitsblätter sind keine Medien zum Selbstlernen!

Haben sich die Schüler zunächst alleine mit den Aufgaben der dynamischen Arbeitsblätter befasst, so ist es ein natürlicher Fortgang des Lernprozesses, die gewonnenen Ideen und Ergebnisse mit einem Mitschüler oder in einer Kleingruppe zu besprechen.

Ein derartiger Austausch begünstigt fachliches Lernen in vielerlei Hinsicht. Einerseits führt das aktive Kommunizieren zu einer weiteren Durchdringung des Stoffes. Andererseits können Mitschüler helfen, wenn es darum geht, Verständnisfehler zu klären, Grundlagenwissen zu aktivieren, weitere Ideen zu entwickeln und auftretende Probleme zu bewältigen.

Kooperatives Arbeiten unterstützt aber auch den Aufbau sozialer Kompetenzen, indem es Schüler dazu veranlasst, einander zuzuhören, zusammenzuarbeiten, sich wechselseitig zu unterstützen, mit diskrepanten Ansichten umzugehen und Kompromisse zu schließen.

### Handelnd lernen

Lernen und Handeln sind eng miteinander verbunden. Dynamische Arbeitsblätter laden zum Experimentieren ein, der Zugang zu den Inhalten erfolgt über konkrete Tätigkeiten am Bildschirm. Durch einfaches Ziehen mit der Maus können die dynamischen Konfigurationen verändert werden und so als Basis für eigenständiges Forschen und Entdecken dienen.

Zudem können die Schüler aufgefordert werden, in ihr Arbeiten Anschauungsobjekte einzubeziehen, die im Klassenzimmer bzw. im Computerraum bereitstehen.

## Überlegungen dokumentieren

Auch wenn die Schüler mit dynamischen Arbeitsblättern arbeiten, verlieren das Schülerheft und herkömmliche Arbeitsblätter als Lern- und Arbeitsmedien nicht an Bedeutung. Das Aufschreiben von Gedanken führt zur Ordnung der Gedanken sowie zu einer tiefer gehenden Durchdringung der jeweiligen Thematik. Deshalb muss das Experimentieren am Bildschirm mit dem Dokumentieren der Überlegungen und Ergebnisse eng einhergehen. In ihrem Heft bzw. auf einem ausgeteilten Arbeitsblatt sollen die Schüler parallel zur Tätigkeit am Computer

- ✘ aussagekräftige Figuren skizzieren,
- ✘ Beobachtungen notieren,
- ✘ Vermutungen formulieren,
- ✘ Begründungen aufschreiben,
- ✘ persönliche Eindrücke festhalten.

Durch dieses schriftliche Arbeiten soll auch verhindert werden, dass sich die Schüler nur oberflächlich mit den beweglichen Konstruktionen am Bildschirm befassen, dass sie die Seiten wie bei einem Computerspiel austesten, ohne zum eigentlichen mathematischen Gehalt vorzudringen. Die Aufforderung, Beobachtungen und Überlegungen aufzuschreiben, verlangsamt den Prozess des „Durchklickens“ und schafft für die Schüler damit den Zeitrahmen, der für Lernprozesse unentbehrlich ist.

Zu den meisten Themen werden vorbereitete Arbeitsblätter zum Ausdrucken angeboten. Sie sind auf die Aufträge am Bildschirm abgestimmt und sollten den Schülern in Papierform als Kopien zur Verfügung gestellt werden. Dadurch wird den Schülern die Dokumentation ihres Arbeitens erleichtert. Die Arbeitsblätter sind als Druckvorlage auf der CD oder als Kopiervorlage im Buch enthalten (bitte 127 % Vergrößerung einstellen).

## Ergebnisse präsentieren und diskutieren

Haben sich die Schüler alleine und mit einem Partner bzw. in einer Kleingruppe intensiv mit der Thematik eines dynamischen Arbeitsblatts befasst, schließt sich in natürlicher Weise ein Gedankenaustausch im Klassenplenum an.

Zum einen stellen die Schülerarbeitsgruppen ihre Resultate den Mitschülern vor. Sie berichten von ihren Beobachtungen beim Experimentieren am Bildschirm, von ihren Ideen, Vermutungen und von gewonnenen Ergebnissen. Oft fällt es Schülern schwer, über Mathematik zu reden. Aber gerade deshalb erscheint es geboten, im alltäglichen Mathematikunterricht regelmäßig Situationen zu schaffen, die zum Präsentieren und Diskutieren mathematischer Inhalte einladen.

Zum anderen wird unter der fachkundigen Moderation des Lehrers eine gemeinsame Lösung entwickelt, die die Schülerresultate vereint, ggf. noch erweitert und in den fachlichen Kontext einbettet. Am Ende steht also eine fundierte Ergebnissicherung, die mathematische Konventionen, den stofflichen Rahmen und curriculare Vorgaben berücksichtigt.

In dieser Phase bietet es sich an, das dynamische Arbeitsblatt mit einem Beamer für alle sichtbar zu projizieren.

Den Abschluss der Unterrichtssequenz kann eine gemeinsame Reflexion über das Arbeiten darstellen. Als Anstoßpunkte eignen sich Fragen folgender Art:

- ✘ Was hat euch beim Arbeiten gefallen bzw. nicht gefallen?
- ✘ Was war an dem Thema überraschend bzw. spannend?
- ✘ Wie beurteilt ihr das dynamische Arbeitsblatt?

## Ich, du, wir – ein Lern- und Arbeitsprinzip für den Mathematikunterricht

Das beschriebene methodische Vorgehen lehnt sich an das Konzept des dialogischen Lernens der Schweizer Didaktiker Peter Gallin und Urs Ruf an.<sup>1</sup> Die Schüler befassen sich mit der Thematik in drei Phasen, und zwar

- ✘ alleine,
- ✘ zusammen mit anderen Schülern,
- ✘ im Klassenplenum unter Moderation durch die Lehrkraft.

## CD-ROM

Die beiliegende CD enthält 22 dynamische Arbeitsblätter für die Sekundarstufe I, die zum Experimentieren und zum Entdecken mathematischer Zusammenhänge einladen, sowie Druckvorlagen von Arbeitsblättern zur Dokumentation der Ergebnisse.

### ICH-Phase: Individuelles Arbeiten

Jeder Schüler macht sich eigenständig mit der Thematik des dynamischen Arbeitsblatts vertraut. Kurze Arbeitsaufträge laden zum Experimentieren, Beobachten und Entdecken ein – zum Lernen auf individuellen Wegen.

### DU-Phase: Lernen mit einem Partner

In Partnerarbeit oder in Kleingruppen tauschen die Schüler ihre Ideen und Ergebnisse aus und dringen so tiefer in das Themengebiet ein. Gemeinsam wird weiter an der Problemlösung gearbeitet.

### WIR-Phase: Kommunikation im Klassenteam

Die Resultate der Arbeitsgruppen werden im Klassenplenum präsentiert und diskutiert. Aus den Beiträgen aller wird unter der Leitung der Lehrkraft ein gemeinsames Ergebnis erarbeitet.

1 Urs Ruf/Peter Gallin: Sprache und Mathematik in der Schule, Kallmeyer, Seelze 1998.  
dieselben: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik (2 Bände), Kallmeyer, Seelze 1998.