

Geleitwort von Prof. Dr. sc. math. Peter Gallin

Kennen Sie „Play Bach“? Was der französische Pianist Jacques Loussier mit der Musik von Johann Sebastian Bach macht, ist Martin Kramer für die Mathematik gelungen. Er hebt verborgene Schichten der Mathematik mit Konsequenz und Präzision für die breite Öffentlichkeit ans Licht, so wie Jacques Loussier zeigt, welcher Charakter in Bachs Musik steckt: Wesenszüge, die wohl nur wenigen Personen wirklich bekannt sind. Mit leichtfüßiger Sprache spricht Martin Kramer zu uns und bietet zunächst einmal spannende Unterhaltung, die aber von Zeit zu Zeit in ganz ernsthafte Botschaften zum Mathematikunterricht übergeht.

Die neueren didaktischen und pädagogischen Erkenntnisse fließen im Grundkonzept des Buches ganz selbstverständlich ein. Konsequenterweise werden Bruners drei Repräsentationsebenen für mathematische Sachverhalte eingesetzt. Handlungen (Enaktives), Bilder (Ikonisches) und Formales (Symbolisches) werden immer simultan und nicht hierarchisch in attraktive Lernumgebungen eingebunden (EIS-Prinzip). Sie geben damit allen Lernenden die Möglichkeit, in der Mathematik Tritt zu fassen und etwas zu verstehen. Um den sogenannten kompetenzorientierten Unterricht muss man sich dann gar nicht mehr kümmern, denn alle Kompetenzen, die heute gefordert werden, entwickeln sich gleichsam von selbst.

Auf der methodischen Ebene geht ebenfalls ein roter Faden durch das ganze Buch. Nach dem Ich-Du-Wir-Prinzip des Dialogischen Lernens sollen die Lernenden möglichst bei sich selbst, beim „Ich“, beginnen: Eigenes Material soll mitgebracht werden, eigene Aufgaben sollen erfunden werden, der Raum für eigene Gedanken wird sorgfältig abgegrenzt. Die Produktivität der Lernenden steht im Zentrum. So lernen die Kinder beispielsweise nach dem Motto „Lesen durch Schreiben“ zuerst das Schreiben von Funktionen, bevor sie langsam die Kompetenz des Lesens entwickeln.

Als Theaterpädagoge weiß Martin Kramer, wie der Austausch innerhalb der Lerngruppe organisiert werden muss, damit alle profitieren. Sozialkompetenz, das „Du“, wird innerhalb des Mathematikunterrichts zum Thema. Die Lehrperson nimmt sich zurück und achtet genau darauf, dass alle verbal oder nonverbal zum Zug kommen und niemand bloßgestellt wird. Die Schülerprodukte werden im Unterricht ausgiebig dargestellt und diskutiert. Ganz unterschiedliche Rollen bringen Bewegung ins Klassenzimmer.

Schließlich wird das Fachliche sorgfältig durchdrungen und die wirklich schwierigen und wesentlichen Dinge werden auf allen drei Repräsentationsebenen breit behandelt und ausgehandelt. So fügt sich alles im „Wir“ zusammen. Es geht also nicht um Rosinen der Mathematik, sondern um den Stoff, der im Lehrplan festgeschrieben ist. Ziel ist es, mit möglichst wenig Vorgaben auszukommen, gleich mit etwas Komplexem zu starten, mit Spiel und Spaß an der Sache zu arbeiten und so zu den zentralen Einsichten vorzustoßen. Damit gelingt es, die Autonomie der Lernenden zu fördern und zu stärken, ihnen das Gefühl der sozialen Zugehörigkeit zu vermitteln und ihnen zur mathematischen Fachkompetenz zu verhelfen. Das sind die drei Grundbedürfnisse, die erfüllt werden müssen, damit sich intrinsische Motivation einstellt.

Es sind nicht einfach Rezepte für die Lehrperson, die Martin Kramer hier vorstellt, sondern Vorschläge für eine neue Grundhaltung dem Stoff und den Lernenden gegenüber. Es ist dem Buch zu wünschen, dass es zu einer Veränderung im Mathematikunterricht beiträgt, welche die Motivation aller Beteiligten erhöht, nachhaltige Erlebnisse ermöglicht und fundiertes Wissen über Mathematik erzeugt.

*Bauma, im Juli 2015
Peter Gallin*

Vorwort zu Band III

Die in „Mathematik als Abenteuer“ vorgestellte Didaktik basiert auf einer konstruktivistischen Vorstellung: Es gibt keine direkte Schnittstelle zwischen Mensch und Wissen, Lernen kann nicht direkt vermittelt werden, sondern wächst in einer geeigneten Umgebung.

So versteht sich die Rolle des Lehrers als Künstler und Gestalter von Lernumgebungen, in der sich der Schüler seine eigene mathematische Wirklichkeit konstruiert. Der Lehrer, der einen Erlebnisraum für seine Schüler gestalten möchte, schaut zuerst auf das Kind, auf dessen Lebens- und Erfahrungswelt. Ich möchte hier nicht die Wichtigkeit von Bildungs- und Lehrplänen anzweifeln, auch das Schulbuch nicht verteufeln, jedoch wurden Pläne und Bücher für Kinder gemacht und nicht umgekehrt die Kinder für Pläne und Bücher. In diesem Sinne: Erst kommt das Kind, dann die Didaktik, Methodik und Pädagogik.

Funktionen und Wahrscheinlichkeit

Beide Hauptthemen in diesem Band durchdringen sehr tief unsere Gesellschaft und unser Denken, weit mehr als es auf den ersten Blick erscheint.

So sprechen wir davon, dass etwas „funktioniert“, von In- und Output, von „Funktionsweisen“. Eine Funktion wirkt wie eine Maschine und es wundert nicht, dass wir in unserem Alltag maschinelle Vorstellungen zugrunde legen, vor allem, wenn man den Siegeszug der Maschinen (von der Dampfmaschine bis zum Rechner) bedenkt. Und so wundert es auch nicht, dass der Funktionsbegriff in der Bildung eine zentrale Rolle spielt. Während der Determinismus sich hervorragend für maschinelle Konzepte anwenden lässt, „funktioniert“ er allerdings bei sozialen Systemen nicht so recht. Menschen haben weder Druckknöpfe noch Schnittstellen. Es darf im Unterricht gerne immer wieder aufblitzen, dass dem Funktionsbegriff eine deterministische Sichtweise zugrunde liegt.

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff ist in gewisser Hinsicht das alternative Konzept. Ein Ereignis ist nicht sicher, es gibt nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür. Sie ist im gewissen Sinne der Umgang mit der Ungewissheit. Ob ein Medikament wirkt, kann lediglich mit einer Wahrscheinlichkeit ausgedrückt werden. Möchte man etwas Allgemeines über ein soziales System, wie z. B. Unterricht, herausfinden, benötigt man Stichproben. Wenn ein Unterrichtskonzept bei einem Schüler nicht „funktioniert“, heißt das noch lange nicht, dass es prin-

zipiell verworfen werden sollte. So ist es verständlich, dass seit einigen Jahren die Empirie, die statistische Untersuchung von Unterricht (vgl. z. B. die Hattie-Studie) in der Didaktik auf den Vormarsch ist. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein Instrument, mit dem sich wissenschaftlich fundierte Ergebnisse im Bildungsbereich gewinnen lassen! Was für eine Forschungsmöglichkeit! Aber auch hier darf gewarnt werden. Mein Sohn ist kein Durchschnitt, sondern erlebt die Dinge individuell. So wichtig die Statistik ist, auch sie nimmt „nur“ eine bestimmte Sichtweise ein.

Zurück zum Unterricht: Es wäre schade, wenn die Mathematikstunden im Klassenzimmer eingesperrt würden, ohne einen Blick auf unser Denken und unsere Kultur zu werfen. Mathematische Themen wie „funktionale Zusammenhänge“ oder der „Umgang mit Wahrscheinlichkeiten“ beeinflussen, ja prägen viel stärker unsere Persönlichkeit und Vorstellungswelt, als wir gemeinhin annehmen.

Abenteuer gestalten

In „Mathematik als Abenteuer“ geht es um Theaterpädagogik, Gestaltpsychologie, Kommunikation, um Gruppe und Individuum, um Neurodidaktik, um Gruppendynamik, um das Anleiten von Gruppen, um den Umgang mit Material und um Rollenverständnis. Das sind sehr wichtige Dinge für die Gestaltung einer lebendigen Lernumgebung. Und trotzdem möchte ich Sie bitten, die Gedanken und Strukturen spielerisch zu begreifen und anzuwenden. „Spielerisch“, nicht „oberflächlich“. Ich wollte kein neues System entwerfen, sondern möchte den Leser ermuntern, selbst Abenteuer zu werden.

Trilogie – inhaltliche Gliederung

„Mathematik als Abenteuer“ liegt in drei Bänden vor: In Band I spielen Geometrie und Rechnen mit Größen die Hauptrolle. Band II wendet sich der Algebra und Vektorrechnung zu, Band III schließt mit Analysis und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Allerdings lässt der exemplarische Umgang mit dem Konkreten eine klare Abgrenzung der Themenbereiche nicht zu. Auf den ersten Blick wird man z. B. das Thema „Potenzrechnung“ in der Algebra, also in Band II, vermuten. Aber Potenzen spielen ebenso eine zentrale Rolle in unserem Stellenwertsystem, bei Funktionen oder in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Sie werden also, in unterschiedlichen Aspekten, in allen drei Bänden fündig. Damit die einzelnen Kapitel und Abschnitte trotzdem weitgehend unabhängig bleiben, gibt es an einigen Stellen Doppelungen.

Für den eiligen Leser

Gute Methoden sind Methoden, die sich einfach und ohne große Erklärung umsetzen lassen. Aber wer versteht, warum bestimmte Dinge erfolgreich sind, welche systemischen und kommunikativen Hintergründe es gibt, der wird vom Nachahmer zum Gestalter. Aus diesem Grund wurden hinter den einzelnen konkreten Beschreibungen bzw. der Vorgehensweise die Hintergründe erläutert. Der eilige Leser, der vorerst nur an konkreten Übungen interessiert ist, kann bei der ersten Lektüre die zusätzlichen Bemerkungen übergehen.

Altersangaben

Auf konkrete Altersangaben wurde an den meisten Stellen bewusst verzichtet, da eine handlungs- und erlebnisorientierte Didaktik prinzipiell (binnen-)differenzierend ist. Dadurch ist „Mathematik als Abenteuer“ für alle Schularten geeignet. Die Mathematik ändert sich nicht von Schulart zu Schulart.

Kostenfreier Download

An verschiedenen Stellen im Buch wird auf Download-Materialien hingewiesen. Sie finden diese Vorlagen auf meiner Homepage unter www.unterricht-als-abenteuer.de wie auch auf der Seite des Verlages unter www.klett-kallmeyer.de. Die Dokumente können, dürfen und sollen beliebig frei im Unterricht eingesetzt und verbreitet werden. Für den Download benötigen Sie keine Anmeldung oder einen speziellen Zugang.

Männliche und weibliche Schreibweise

Mit dem Begriff „Lehrer“ möchte ich lediglich eine bestimmte Funktion bzw. Rolle im Unterricht bezeichnen. Diese ist für mich weder weiblich noch männlich. Dabei möchte ich die Wirkung des Geschlechts im Klassenraum keinesfalls leugnen, es ist für mich eine weitere, sogar wesentliche Eigenschaft des „Lehrers“. Wenn ich im Buch von einer „Person“ oder „Lehrperson“ spreche, möchte ich den männlichen Teil unseres Berufstandes ebenso wenig ausschließen wie beim „Schüler“ den weiblichen Teil der Klasse. Die verbreitete Kurzform „SuS“ gefällt mir nicht und ist lateinisch betrachtet eine „Schweineerei“ (lat. sus = Schwein), außerdem empfinde ich „LuL“, „LoL“, „SuS“ oder „SoS“ sprachlich ebenso unschön wie SchülerInnen und LehrerInnen. Ich bitte den Lesenden um Verständnis.

Die zum Lehrer passenden Methoden

Die dargestellten didaktischen Ideen sollen nicht als eine Methodenverordnung, sondern als Möglichkeitsraum verstanden werden. „Mathematik als Abenteuer“ möchte zum didaktischen Experimentieren anstiften und nicht in ein neues Methodenkorsett zwingen. Es geht nicht um die bessere oder schlechtere Methode, sondern um die zum jeweiligen Lehrer passende bzw. unpassende. Der Leser darf und soll verändern, hinzufügen, experimentieren oder verwerfen. Es geht nicht darum, besondere Leistungen anzustreben oder etwas zu kopieren, sondern ein Abenteuer des Geistes umzusetzen: Jeder Lehrer kann das. Aber kein Lehrer muss das. Ob sich „Mathematik als Abenteuer“ gewinnbringend umsetzen lässt, hängt nur von Ihnen ab: Das Abenteuer passiert nicht im Buch, sondern im Klassenraum. In der Begegnung von Mensch und Mathematik.

Tübingen, im Oktober 2015
Martin Kramer