

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort	11
Vorwort	13
Teil VI: Analysis	17
19 Einführung in Koordinatensysteme und Funktionen	18
19.1 Adressierung des Raumes: Erste Schritte im Koordinatensystem	18
19.2 Schiffe versenken und Koordinaten	27
19.3 Verschiedene Koordinatensysteme im Raum	28
19.4 Die Funktion als „Black Box“	28
19.5 Funktionsvorschriften erraten	31
20 Bewegungsabläufe aufzeichnen	33
20.1 Mathematik beginnt mit dem Lesen einer Uhr	33
20.2 Wachstum von Kresse	34
20.3 Der Weg einer Ameise oder Zeit-Weg-Diagramme	42
20.4 Bewegungsabläufe mit Figurentheater	46
20.5 Nachstellen von t - s -Diagrammen	48
20.6 Emotionale Erweiterung: eine Liebesgeschichte und ein Überholvorgang	51
20.7 Lineare Zuordnungen – Funktionen im Glas	54
20.8 Weitere Funktionen im Glas	55
21 Schaubilder handelnd verstehen	60
21.1 Schaubilder als Standbilder	60
21.2 Lineare Funktionen und materielles Abfragen	65
21.3 Schüler als Punkte im Schaubild	67
21.4 Teamtraining mit Schaubildern	70
21.5 Schaubilder in x -Richtung verschieben	80
21.6 Verkettung von Funktionen – Funktionen umarmen sich	82
21.7 Sind Verkettungen vertauschbar?	82
21.8 Umkehrfunktionen und Logarithmus	84
21.9 Eine verbal-nonverbale Abfragetechnik am Beispiel des Logarithmus	88
21.10 Das Schaubild der Umkehrfunktion	90
21.11 Mehrdimensionale Funktionen	94

22	Differentialrechnung	101
22.1	Steigung einer Treppe	101
22.2	Infinitesimalrechnung und der Grenzwert als Zaun	104
22.3	Figurentheater an der Tafel	106
22.4	Kurvendiskussion mit dem Spielzeugauto: die Ableitung als Geschwindigkeit	109
22.5	Abgefahrte Kurvendiskussion	113
22.6	Die zweite Ableitung: ein Aufziehauto	118
22.7	Ein reales Extremwertproblem: Wer bekommt am meisten Popcorn?	120
22.8	Weitere extremale Körper	123
22.9	Komplexe und offene Fragestellungen	124
22.10	Lernen in Stationen – sieben Extremwertaufgaben	126
23	Exponentialfunktionen und Wachstum	129
23.1	Potenzen schmecken	130
23.2	Zufall, radioaktiver und exponentieller Zerfall	136
23.3	Experimente filmen	144
23.4	Eine Tasse Tee und das beschränkte Wachstum	147
23.5	Logistisches Wachstum	150
24	Projektion einer Drehung: Sinus- und Kosinusfunktion	153
24.1	Die Idee der Projektion	154
24.2	Informationsverlust durch Projektion	156
24.3	Jeder sieht, was er sehen will: Daumenkino einer Drehbewegung	159
24.4	Der Bleistift wird zum Zeiger	165
24.5	Materielle Konstruktion der Sinus- bzw. Kosinusfunktion	167
24.6	Exkurs für höhere Klassen: die Gleichungen $\cos(-x) = \cos(x)$ und $\sin(-x) = -\sin(x)$	173
24.7	Die Sinusfunktion in Kürze	178
24.8	Die Sinusfunktion mit dem Fahrrad	181
24.9	Trigonometrie mit dem Bleistift	185
24.10	Überlagerung von Sinusschwingungen	190
24.11	Die Ableitung der Sinusfunktion	192
24.12	Ästhetik einer Formel	196

Teil VII: Zufall und Wahrscheinlichkeit	201
25 Wahrscheinlichkeit	202
25.1 Ungerechtigkeit mit Gummibärchen oder das Spiel „Catan“	203
25.2 „Gesetz“ der großen Zahlen	207
25.3 Gesetz der großen Zahlen oder das Knacken geheimer Botschaften	208
25.4 Asymmetrische Verschlüsselungsverfahren	216
25.5 Lotto im Klassenraum	222
25.6 Gleiche Mathematik, anderes Erscheinungsbild: „4 aus 6“	233
25.7 Lotto in Kürze	234
25.8 Ziehen mit Zurücklegen: Bingo	236
25.9 Ziehen ohne Zurücklegen: Kombinatorik mit Münzen und Stühlen	237
25.10 Überblick über Kombinatorik	243
25.11 Das Klassenzimmer als Spielcasino	243
25.12 Gegenereignis oder die Häufigkeit von Geburtstagen	253
25.13 Additionssatz	257
25.14 De Morgan'sche Gesetze	260
25.15 Bedingte Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeit und Stichproben	261
25.16 Hilft es, Münzen am Automaten zu reiben?	264
25.17 Vom Pascalschen Dreieck zur Binominalverteilung	266
25.18 Erwartungswerte	274
Teil VIII: Abenteuer kennen keine Grenzen	285
26 Schulmathematik am Rande des Bildungsplanes	286
26.1 Was ist ein mathematischer Satz?	286
26.2 Das Beweisprinzip der vollständigen Induktion	288
26.3 Beispiele zur vollständigen Induktion	291
26.4 Das Mönchproblem oder die Suche nach einem Kommu- nikationssystem als Algorithmus	299
26.5 Ein Irrgarten für Blinde: lokale und globale Sichtweisen	304
26.6 24 Stunden Mathematik	311
26.7 Ein Psychotest: Bin ich mathematisch?	313
26.8 Mathematik. Wozu überhaupt?	315
Nachwort für Abenteurer	321
Literatur	322
Sachverzeichnis	323