

Beschreibung des Heron-Verfahrens

aus Weigand u. Weth, *Computer im Mathematikunterricht, - Neue Wege zu alten Zielen*, Spektrum-Verlag, S. 57f

Eine Möglichkeit für eine effiziente Berechnung ist der Heron-Algorithmus{ XE "Heron-Algorithmus" }, der zudem den Vorteil einer einprägsamen geometrischen Veranschaulichung besitzt. Wir interpretieren die Zahl N , deren Quadratwurzel{ XE "Quadratwurzel" } wir suchen, als den Flächeninhalt eines Rechtecks R_1 mit den beiden Seitenlängen

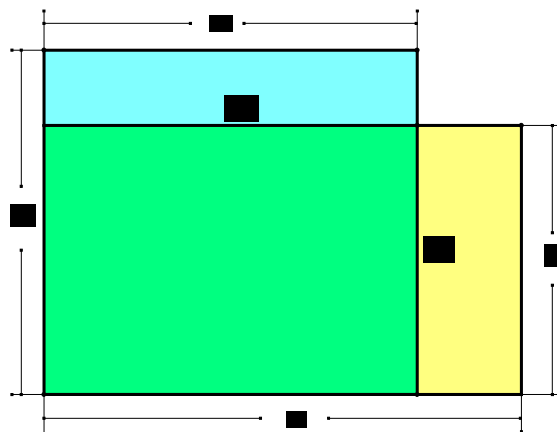
$$x_1 \text{ (beliebig) und } b_1 = \frac{N}{x_1}.$$

Wir suchen nun ein Quadrat der Seitenlänge s , das denselben Flächeninhalt wie R_1 hat. Das Vorgehen ist folgendermaßen: Als neue Seitenlänge x_2 nehmen wir den Mittelwert zwischen x_1 und b_1 , also

$$x_2 = \frac{1}{2} \left(x_1 + \frac{N}{x_1} \right)$$

und erhalten ein zu R_1 flächengleiches Rechteck R_2 mit den Seitenlängen

$$x_2 \text{ und } b_2 = \frac{N}{x_2}.$$



Setzt man dieses Verfahren fort, so erhält man als allgemeine Rekursionsformel für die Seitenlängen:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{N}{x_n} \right) \text{ und } b_{n+1} = \frac{N}{x_{n+1}}.$$

Die folgende Tabelle zeigt diese Berechnung für $N = 2$, beginnend bei den Startwerten $x_1 = 1$ und $b_1 = 2$.

	A	B	C	D
1				
2	Das Heronverfahren zu Wurzel(2)			
3				
4				
5	Flächeninhalt =	2	Startwert =	1
6				
7	Seitenlängen	x_k	b	abs(Wurzel(2) - x_k)
8	1	1,0000000000000000	2,0000000000000000	0,41421356237310
9	2	1,5000000000000000	1,3333333333333333	0,08578643762690
10	3	1,4166666666666667	1,41176470588235	0,00245310429357
11	4	1,41421568627451	1,41421143847487	0,00000212390141
12	5	1,41421356237469	1,41421356237150	0,00000000000159
13	6	1,41421356237309	1,41421356237310	0,00000000000000
14	7	1,41421356237309	1,41421356237310	0,00000000000000
15	8	1,41421356237309	1,41421356237310	0,00000000000000
16				

Die Excel-Datei finden Sie unter „heron.xls“.