

Ein Konstruktionsgerät für die Logarithmische Spirale

Spiralen faszinieren viele Schülerinnen und Schüler und lassen sich an verschiedenen Stellen lohnend im Unterricht behandeln (siehe Literaturangaben). Besonders gut kommt es erfahrungsgemäß an, wenn man in diesem Zusammenhang auch stetige Konstruktionsgeräte für diese Kurven vorführt. Hier wird ein Konstruktionsgerät für die logarithmische Spirale beschrieben.

Das Konstruktionsgerät für logarithmische Spiralen beruht im Wesentlichen auf der Idee, die Konstanz des Tangentenwinkels während einer Drehbewegung technisch zu erzwingen (vgl. **Abb. 1 bis 3**):

An einer festen Achse, die in O senkrecht auf die Zeichenebene trifft, ist ein horizontales Rohrstück von der Form eines Zylindermantels drehbar befestigt. In dem Rohrstück kann ein Stab gleiten, an dessen Ende sich parallel zur Zeichenebene ein kreisförmiger Rahmen befindet. Einen Durchmesser dieses Rades bildet die Achse eines Rädchens, das in P die Zeichenebene berührt und unter festem Winkel γ_0 zum durch das Rohrstück gleitenden Führungsstab steht.

Hält man O wie bei einem Zirkel als Einstechpunkt der Achse fest und versucht die am Führungsstab ergriffene Mechanik in Bewegung zu setzen, so lässt das Rädchen nur eine Bewegung in der durch γ_0 vorgegebenen Richtung zu. Gleichzeitig wird eine Drehung des Rohrstücks um die in O fixierte Achse erzwungen, so dass sich die Bewegungsrichtung stetig ändert, während sich der Führungsstab durch das Rohrstück schiebt.

Das Rädchen beschreibt auf der Zeichenebene eine logarithmische Spirale mit dem Pol O und der Gleichung $r(\varphi) = r_0 \cdot e^{a\varphi}$, wobei $a = \cot(\gamma_0)$, wenn r_0 der Abstand des zu Anfang gewählten Auflagepunktes P vom Zentrum O und φ der seit der Anfangsposition vom Führungsstab überstrichene Winkel ist.

Legt man das Rad so an, dass der Tangentenwinkel zwischen Rädchen und Führungsstab variabel ist, so kann man mit demselben Gerät unterschiedlich steile logarithmische Spiralen zeichnen.

Literatur

Artobolevskii, I.I.: *mechanizmy v sovremennoj tehnike*, Tom 2: *Rycaznye mechanizmy*. Nauka, Moskau 1971.

Heitzer, J.: *Mathe-Welt „Spiralen“*. – Schülerarbeitsheft. In: *mathematik lehren*, Heft 111. Friedrich Verlag, Velber 2002.

Heitzer, J.: *Spiralen – ein Kapitel phänomenaler Mathematik*. Klett, Leipzig 1998.

Heitzer, J. / Jakobs, W.: *Kunst mit Kurven*. – In: *mathematik lehren*, Heft 157, Seite 43ff. Friedrich Verlag, Velber 2009.

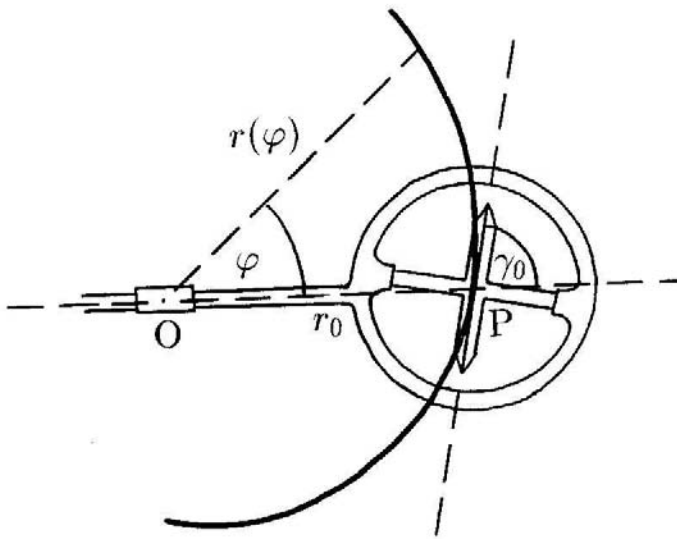


Abb.1: Technische Zeichnung zum Konstruktionsgerät

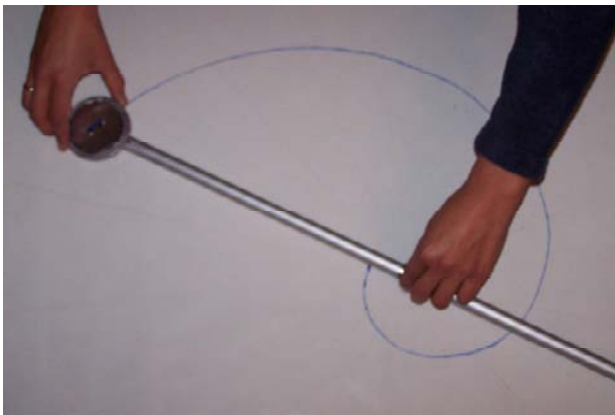


Abb.2: Praktische Umsetzung des Konstruktionsgeräts

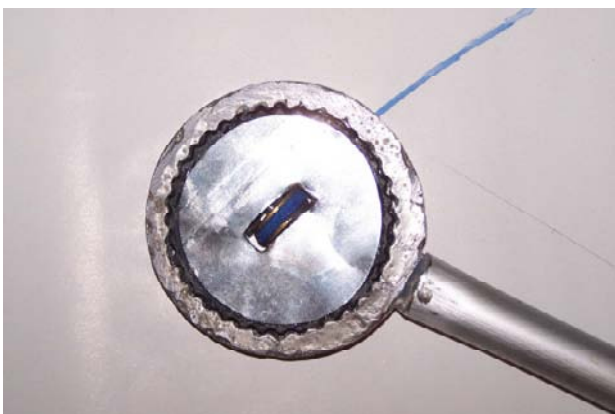


Abb.3: Zahnrad zur Verstellbarkeit des Tangentenwinkels