

Das HRD – Erkundungen im Unterricht

von Oliver Schwarz

Ein Diagramm, das 100. Geburtstag „feiert“, im Schulunterricht behandelt wird und außerdem Gegenstand aktueller Grundlagenforschung ist? Häufig kommt diese Kombination wohl nicht vor. Das Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) aber repräsentiert sie und stellt damit zugleich Lernende und Lehrende vor einige Herausforderungen.

Einleitung

Üblicherweise denkt man bei der Interpretation von Diagrammen an die Klassiker der graphischen Koordinatendarstellung. Welche Funktion beschreibt die wechselseitige Abhängigkeit der gewählten physikalischen Größen? Wie lässt sich diese Abhängigkeit interpretieren, ist sie gar Ausdruck eines Naturgesetzes? Wie stark ist die Korrelation der Größen? All diese Fragen kann man natürlich auch an ein HRD stellen, doch damit wird allenfalls ein kleiner Teil der vielfältigen Zusammenhänge, die dieses Diagramm zum Ausdruck bringen kann, erfasst.

Im Prinzip ist das HRD eine graphische Darstellung, in die man die Bildpunkte von Sternen einträgt, also die gewählten Paare von Zustandsgrößen (Temperatur – Strahlungsleistung oder Spektralklasse – absolute Helligkeit oder Farbindex – scheinbare Helligkeit, bei gleich weit entfernten Sternen) verortet. Dabei – und hier fangen die Schwierigkeiten an – entstehen gleich mehrere Häufungsgebiete von Diagrammpunkten, die offenbar Ausdruck der Tatsache sind, dass es nicht nur einen, sondern verschiedene mögliche Zusammenhänge zwischen den genannten Zustandsgrößen gibt. Als Grundklassen unterscheidet man die Häufungsgebiete Hauptreihe, Rote Riesen und Weiße Zwerge.

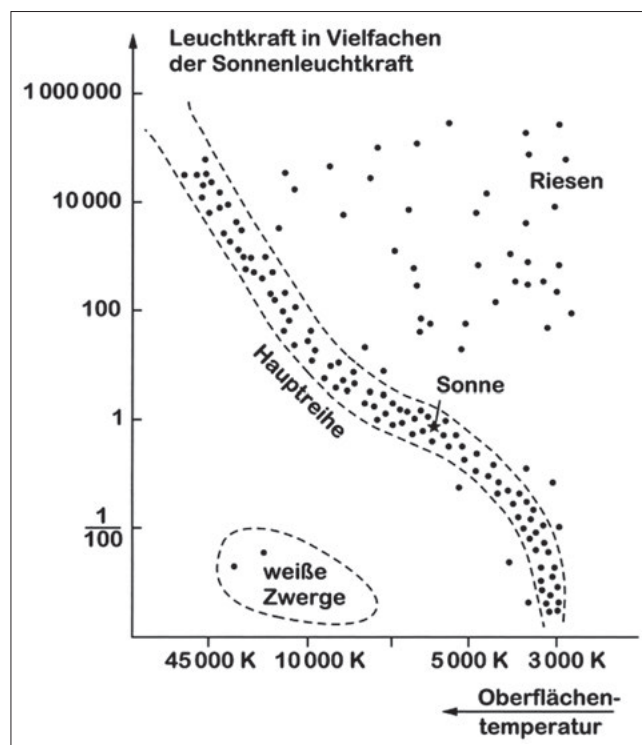
Wir wählen nachfolgend als Abszisse die effektive Temperatur (die von „rechts“ nach „links“ im Diagramm stei-

gende Oberflächentemperatur), als Ordinate die Leuchtkraft der Sterne. Dies jedenfalls ist eine in der Schulbuchliteratur verbreitete Darstellung des HRD mit den soeben genannten Zustandsgrößen (**Bild 1**).

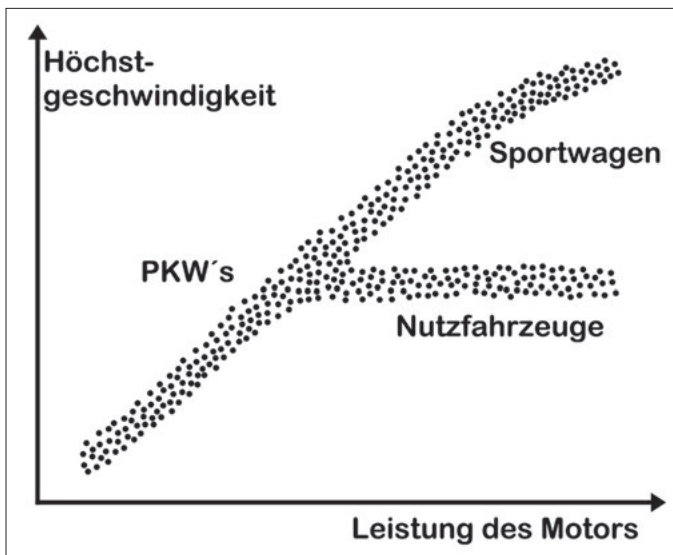
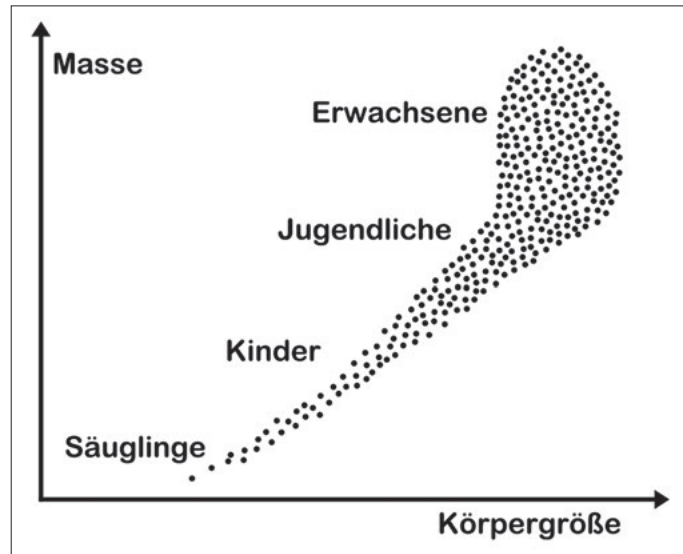
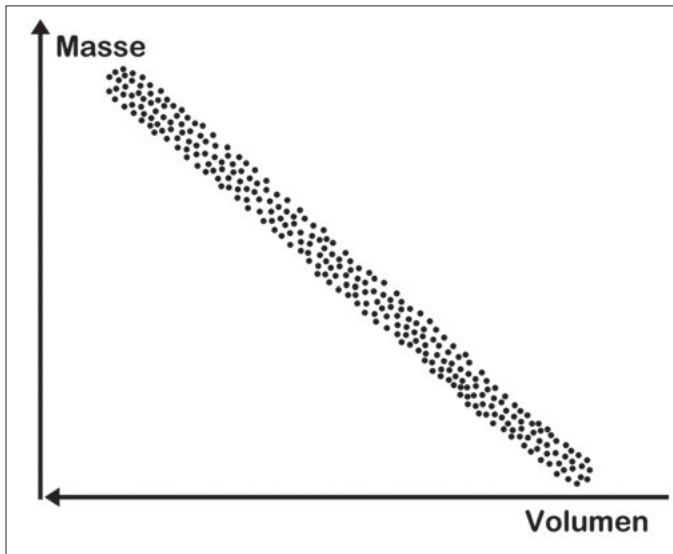
Neben der Existenz verschiedener Häufungsgebiete ist zu beachten, dass die Besetzungsdichte mit Sternen von Häufungsgebiet zu Häufungsgebiet variiert. Teilweise wird das verständlich, wenn man die Entwicklung der Sterne betrachtet. Diese durchlaufen man-

che Entwicklungsphasen schnell, andere hingegen sehr langsam, sodass sich in den zugehörigen Häufungsgebieten mehr oder weniger Sterne befinden. Allerdings beeinflusst die Sternmasse die Entwicklungsgeschwindigkeit der Sterne entscheidend, und in den einzelnen Häufungsgebieten befinden sich Sterne mit unterschiedlichen Massen, sodass auch hier das Bild sogleich wieder kompliziert wird.

Das HRD ist ein Zustandsdiagramm mit statistischem Charakter, das man ebenfalls als Entwicklungsdiagramm verstehen muss. Statistischer Charakter und Sternentwicklung können dabei nicht separat betrachtet werden. Dieses Knäuel von Zusammenhängen kann man nur auflösen, wenn man – Schritt für Schritt vorgehend – zunächst das Zustandsdiagramm im Wortsinn, also im Hinblick auf einen momenta-



1 Das HRD in idealisierter Darstellung. Quelle: [1]



2a Volumen und Masse sind bei Säugetieren voneinander abhängige Zustandsgrößen (schematische Darstellung).

2b Masse und Körpergröße der Menschen

2c Das Zustandsdiagramm für Autos – und für eine bestimmte Gesellschafts- und Wirtschaftsform

diese Tatsache anhand des Häufungsgebietes bei hohen Körpergrößen und Massen zum Ausdruck. Doch wie ist der aufsteigende Ast hin zum Häufungsgebiet zu interpretieren? Nur mit Hilfe von Kenntnissen über die Entwicklung des Menschen von der Geburt bis hin zum Erwachsenenalter.

Kann es sich bei **Bild 2c** um ein Entwicklungsdiagramm handeln? Eindeutig nein, denn die eingezeichneten Objekte sind technische Gegenstände, die einmal produziert, selbst keinerlei Entwicklung unterliegen. So muss die Existenz der zwei Diagrammäste Ausdruck menschlicher Bedürfnisse sein. Das Verhältnis von Sportwagen zu Nutzfahrzeugen könnte statistisch über die Besetzungsdichte in den Häufungsgebieten ermittelt werden und würde sicher sehr viel über unsere Gesellschaft aussagen – zweifellos!

Bis zur Klassenstufe 10

Es sind weniger die mathematischen, sondern viel mehr die physikalischen Kenntnisse, die in der Sekundarstufe I einen vergleichsweise tiefen Einstieg in das HRD verhindern. Der zur Verfügung stehende Zeitrahmen erlaubt zumeist nicht viel – doch auch unter Anwendung allgemeiner heuristischer Prinzipien und unter Hinzuziehung von Informationen aus dem Geographieunterricht zur Lebensspanne der Erde lässt sich das HRD erstaunlich weit erkunden. Die vorherige Einführung des Stefan-Boltzmann-Gesetzes, nach dem die Strahlungsleistung eines schwarzen Strahlers von seiner Ober-

nen Zustand, analysiert, anschließend für die einzelnen Häufungsgebiete gesondert nach weiteren Abhängigkeiten von Zustandsgrößen fragt und sodann aus diesen Abhängigkeiten gezielt nach Hinweisen auf eine mögliche Entwicklung der Sterne fragt. Damit ist zugleich das Programm mit den anschließenden Ausführungen umrissen. Es sei noch vorausgeschickt, dass nachfolgend unmöglich alle fachdidaktischen Überlegungen auch nur annähernd vollständig berücksichtigt werden können, die in den letzten Jahrzehnten zum HRD publiziert wurden (eine kleine Auswahl stellen [2], [3], [4], [5],[6] und [7] dar).

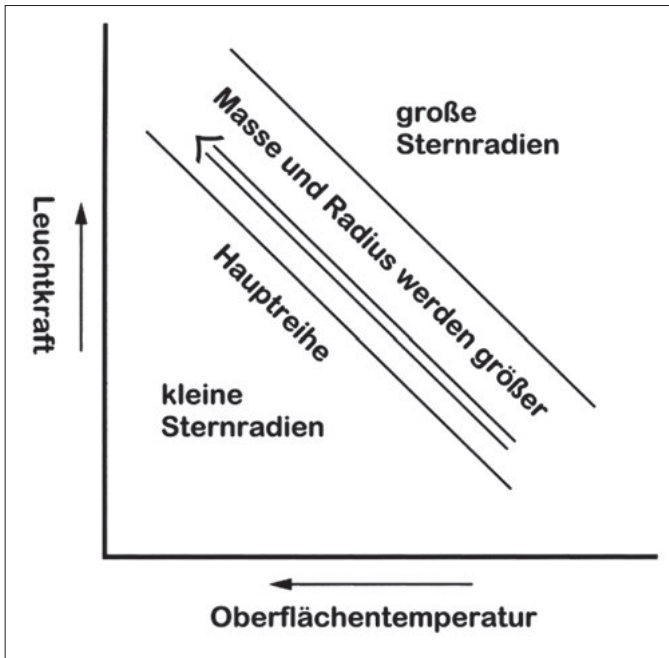
Mögliche Einstiege

Die **Bilder 2a, b, c** zeigen einige Zustandsdiagramme, die ähnliche Grund-

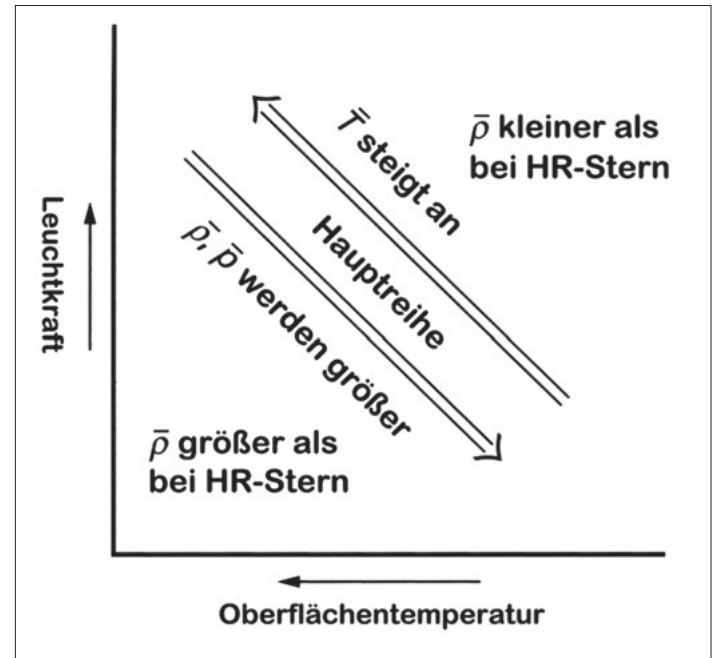
eigenschaften wie das HRD besitzen, obgleich die dargestellten Größen der Alltagswelt entlehnt sind. Interpretieren lassen sie sich nur, wenn man Aspekte der Statistik und der Objektentwicklung mitdenkt. Als Hinführung zur Behandlung des HRD kann man mit Lernenden die Interpretation dieser Diagramme üben.

Gibt es für Säugetiere tatsächlich den in **Bild 2a** dargestellten Zusammenhang zwischen Masse und Volumen? Da alle Säugetiere überwiegend aus Wasser bestehen und deshalb annähernd die gleiche Dichte besitzen, muss es eine typische Abhängigkeit der Form $M \sim V$ geben.

Angehörige einer bestimmten Art unterliegen einem einheitlichen Bauplan der Natur, bei dem zwar gewisse, aber nicht zu große Abweichungen zulässig sind. Das Diagramm 2b bringt



3 Sternmassen und -radien im HRD



4 Das Verhalten von mittleren Temperaturen, Dichten und Drücken der Sterne im HRD

flächentemperatur T_0 und seiner Oberflächengröße A abhängt, ist zwingend erforderlich:

$$P = A\sigma T_0^4 \quad (1)$$

(σ : Stefan-Boltzmann-Konstante). Elementarisierte Wege, auf denen man das Stefan-Boltzmann-Gesetz einigermaßen anschaulich für die hier ins Auge gefasste Altersstufe einführen und begründen kann, werden in der Literatur ausführlich beschrieben. Wir dürfen Sterne näherungsweise als schwarze Strahler ansehen – allerdings bleibt die tiefere Ursache in Klassenstufe 10 weitgehend verborgen. Wir können die Gleichung 1 für die Strahlungsleistung eines schwarzen Strahlers auch zur Berechnung der Leuchtkraft eines Sterns heranziehen (R : Sternradius):

$$L = 4\pi R^2\sigma T_0^4 \quad (2)$$

Sterne mit gleicher Oberflächentemperatur, aber unterschiedlichen Leuchtkräften liegen im HRD alle auf Geraden, die parallel zur Leuchtkraftachse verlaufen. Diese Geraden schneiden die Häufungsgebiete der Weißen Zwerge, Hauptreihe und Riesen, und es muss gefolgert werden, dass die Sterne oberhalb der Hauptreihe viel größer, die Sterne unterhalb der Hauptreihe viel kleiner sind als die jeweiligen Hauptreihensterne identischer Oberflächentemperatur, denn aus Gleichung 2 folgt für die Leuchtkräfte und Radien von Sternen gleicher Temperatur die Proportionalität $L \sim R^2$.

Qualitativ lassen sich einige Aussagen zur Sternentwicklung gewinnen, wenn der allgemeine Energieerhaltungssatz hinreichend von den Lernenden verinnerlicht wurde. Die Sonne und all die anderen Sterne können nicht ewig leuchten, denn letztlich muss die permanente Abgabe von Energie an der Sternoberfläche auf eine im Stern verborgene „Quelle“ zurückzuführen sein, die mit Sicherheit nicht unerschöpflich ist. Da die Erde aber schon seit ca. 4,7 Milliarden Jahren existiert, handelt es sich um eine effektive Quelle. Ein chemischer Verbrennungsvorgang kann es – wie man mit Lernenden am Beispiel von Steinkohle selbst nachrechnen kann – nicht sein (siehe den Artikel von *E. Krause* in diesem Heft). Der Pionier der Erforschung des inneren Aufbaus der Sterne *A. S. Eddington* dachte in den zwanziger Jahren des 20. Jahrhunderts sogar an die direkte Annihilation von Materie, doch bereits die im Vergleich zur völligen Materiezerstrahlung weitaus weniger effektive Kernfusion ist hinreichend zur Erklärung von Lebenszyklen in der Größenordnung von Milliarden Jahren für sonnenähnliche Hauptreihensterne. Nimmt man *Einsteins* berühmte Gleichung $E = mc^2$ zu Hilfe, kann man sich das sogar auf sehr einfache Weise verdeutlichen:

Denkt man sich die Sonne idealerweise nur aus Wasserstoff der Gesamtmasse M bestehend, dann sind in der

Sonne $M/m_p = 10^{57}$ Protonen (m_p : Masse eines Protons). Bei der Wasserstofffusion wird aus vier Protonen je ein Heliumatom. Der Massendefekt dabei beträgt $\Delta m = 5 \cdot 10^{-29}$ kg. Die frei werdende Energie ist

$$E = \Delta mc^2 = 4,5 \cdot 10^{-12} \text{Ws}$$

Nimmt man an, dass rund 10 % der Sonnenmasse zu Helium fusionieren, dann muss man diese Energie mit der Zahl $1/4 \cdot 10^{56}$ multiplizieren und erhält die Gesamtenergie von 10^{44} Ws, die unsere Modellsonne in ihrem gesamten Sternleben freisetzen wird. Zur Ermittlung der Leuchtdauer der Sonne ist diese Gesamtenergie durch die Rate des Energieverbrauchs – das ist gerade die Sonnenleuchtkraft L – zu dividieren:

$$t = \frac{E}{L} = \frac{10^{44} \text{Ws}}{3,8 \cdot 10^{26} \text{W}} = 2,6 \cdot 10^{17} \text{s} = 8 \cdot 10^9 \text{Jahre} \quad (3)$$

Das Resultat gibt uns einen korrekten Hinweis auf das Gesamtalter eines sonnenähnlichen Sterns und auf die Tatsache, dass die Hauptreihensterne ihre Energie auf der Grundlage der Wasserstofffusion gewinnen müssen.

Abhängigkeiten von Zustandsgrößen

Der Schlüssel zum HRD liegt im Verständnis des inneren Aufbaus der Sterne. Einige Bemerkungen seien den nun

folgenden Überlegungen vorangestellt:

Ohne Grundkenntnisse in den Bereichen Thermodynamik, Gravitationsphysik und Kernphysik auf Abiturniveau sind die wesentlichen Schlussfolgerungen nicht nachvollziehbar.

Die dargestellten Überlegungen fußen mathematisch im Wesentlichen auf Proportionalitätsbetrachtungen. Das sollte den Leser nicht darüber hinwegtäuschen, dass die hinterlegte physikalische Rechtfertigung auf der Analyse des Differentialgleichungssystems beruht, das den Sternaufbau beschreibt.

Eine plausible Rechtfertigung für das gewählte Vorgehen kann aus der Annahme gewonnen werden, dass Sterne jeweils eines Häufungsgebietes einen weitgehend gleichen inneren Aufbau besitzen. In grober Näherung gilt diese Annahme aber vor allem für Hauptreihensterne, weshalb alle Überlegungen zunächst von diesem Häufungsgebiet ausgehen.

Die Hauptreihe stellt im Vergleich zum Gebiet der Riesen ein wesentlich gleichförmigeres Häufungsgebiet dar. Man darf deshalb vermuten, dass für Hauptreihensterne neben der im HRD offensichtlichen Abhängigkeit von Temperatur und Leuchtkraft weitere Verbindungen zwischen Zustandsgrößen bestehen. Diese Zusammenhänge sind gut bekannt und betreffen die sogenannte Masse-Leuchtkraft-Beziehung (MLB) $L \sim M^3$ und die Masse-Radius-Beziehung (MRB) $R \sim M^{0.6}$. In der hier aufgeschriebenen Form gelten diese Abhängigkeiten in grober Näherung für die gesamte Hauptreihe. Grundsätzlich kann man beide Beziehungen theoretisch begründen – die MLB ist fundamentaler Ausdruck der Tatsache, dass es im Inneren der Sterne Regionen gibt, in denen die durch Kernfusion freigesetzte Energie durch Strahlungstransport in Richtung Oberfläche weitergegeben wird. Die Existenz der MRB bedeutet letztlich, dass im Stern Kernfusion abläuft. Man kann beide Sachverhalte verhältnismäßig leicht verdeutlichen [8], [9].

Um die Druckabhängigkeit im Stern zu beschreiben, genügt hier eine Dimensionsanalyse, die Lernende der Abiturstufe leicht aus der hydrostatischen Grundgleichung ableiten können. Diese lautet in der geläufigen Form für Flüssigkeiten an der Erdoberfläche $p = \rho gh$ (ρ : Dichte, g : Fallbeschleunigung, h : Höhe der Flüssigkeitssäule) und wird in

der Adaption auf einen Stern bei Verwendung geeigneter gewählter Mittelwerte zu

$$\bar{p} = \bar{\rho} \bar{g} R \sim \frac{MM}{R^2 R^3} R \sim \frac{M^2}{R^4}. \quad (4)$$

Auch bei der Beschreibung der Sternmaterie, die bekanntlich ein ideales Gas darstellt, nutzen wir geeignete Mittelwerte. Aus der Gleichung für das ideale Gas $p = \rho R_G T$ (R_G : Massengaskonstante) folgt durch Einsetzen der Proportionalität 4 und der Beziehung für die Dichte $\rho \sim M/R^3$:

$$T \sim \frac{M}{R}. \quad (5)$$

Mit Hilfe der MRB ist eine Analyse der Hauptreihensterne hinsichtlich ihrer Zustandsgrößen Druck, Dichte und Temperatur schnell durchgeführt. Einsetzen von (5) liefert jeweils die Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} \bar{T} &\sim \frac{M}{R} \sim M^{0.4}, \quad \bar{p} \sim \frac{M^2}{R^4} \sim M^{-0.4} \\ \bar{\rho} &\sim \frac{M}{R^3} \sim M^{-0.8}. \end{aligned} \quad (6)$$

In Worten: Da auf Grund der MLB die Sterne entlang der Hauptreihe nach ihren Massen „sortiert“ sind, befinden sich am oberen Ende der Hauptreihe Sterne mit sehr hoher mittlerer Temperatur, aber zugleich geringer mittlerer Dichte und geringem mittlerem Gasdruck (Bild 3). Das hört sich in gewisser Weise nach einem widerstreitenden Verhalten der Zustandsgrößen an. Die Temperatur wird immer höher, die mittlere Dichte immer kleiner? Es ist offensichtlich, dass dies nicht bis hin zu beliebigen großen Sternmassen fortgehen kann. Bei rund einhundert Sonnenmassen gelangt die Hauptreihe an ihr oberes Ende.

Die Sternentwicklung entdecken

In welcher Beziehung stehen Riesenast und Hauptreihe zueinander? Die Antwort auf diese Frage lässt sich sowohl durch Beobachtung als auch durch Theorie herausfinden – beide Wege sollte man im Unterricht gleichberechtigt nachvollziehen.

Üblich ist das Vorgehen, durch Beobachtung ermittelte HRDs von jungen und alten Sternhaufen gegenüberzustellen. Diese HRDs setzen sich jeweils aus Sternen des gleichen Alters zusammen, so dass man die grundlegenden Tatsachen der Sternentwicklung recht

schnell erkennen kann. Bei älteren Sternhaufen (Kugelsternhaufen) ist die obere Hauptreihe im Bereich der massereichen Sterne nicht mehr besetzt, im Riesenast finden sich zahlreiche Objekte. In HRDs jüngerer (zumeist offener) Sternhaufen ist der Bereich der Riesen hingegen kaum mit Objekten gefüllt, die Hauptreihe aber ist bis hin zu ihrem oberen Verlauf mit Sternen besiedelt. Im Laufe der Zeit werden aus massereichen Hauptreihensternen also Riesen.

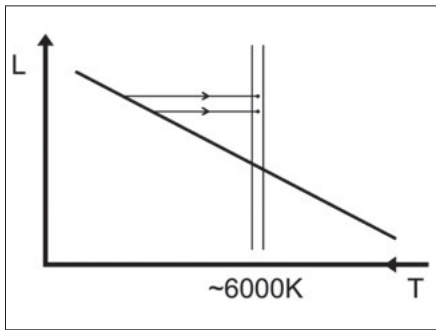
Doch wie schnell geht diese Entwicklung des Verlassens der Hauptreihe vonstatten? Für die Sonne hatten wir ca. 10 Milliarden Jahre bis zum Ende des Wasserstoffbrennens geschätzt (Gleichung 3). Von dieser Zahl ausgehend betrachten wir eine Analogie auf der Grundlage der Energieerhaltung: In einem Treibstofftank befinde sich die Masse M_T . Von dieser Masse werde pro Tag (d) der Masseanteil m mit einer Verbrauchsrate von $v = m/d$ verbraucht. Wie viele Tage n wird der Treibstoffvorrat noch reichen? Die Antwort lautet $n = M/v$.

Für Sterne ist der „Treibstoffvorrat“ proportional zu ihrer Masse an Wasserstoff, die Verbrauchsrate ist die je Zeiteinheit abgegebene Energie – also die Leuchtkraft der Sterne. Mit Hilfe der MLB kann man somit für die Lebensdauer t der Sterne die Proportionalitätenkette formulieren:

$$t \sim \frac{M}{L} \sim \frac{M}{M^3} \sim \frac{1}{M^2}. \quad (7)$$

Ein Stern mit doppelter Sonnenmasse verweilt somit nur ca. 10 Mrd. Jahre/4 = 2,5 Mrd. Jahre auf der Hauptreihe; schnell gelangt man bei noch massereichen Sternen zu Lebensdauern, die nur noch hunderte oder wenige Millionen Jahre zählen.

Bei der Wegentwicklung der Sterne von der Hauptreihe spielt übrigens die mittlere Masse der Teilchen der Sternmaterie eine zentrale Rolle. Diese Teilchenmasse wird durch die Kernfusion vergrößert, so dass im Stern zur Wahrung des Gleichgewichtszustandes einige Veränderungen erfolgen müssen, die insgesamt zur Erhöhung der Leuchtkraft führen. Auch das ist relativ elementarmathematisch zu verstehen, jedoch keineswegs elementarphysikalisch [8]! Erst später zünden dann im Sternzentrum weitere Kernprozesse, die zur Fusion von Elementen jenseits des Heliums im Periodensystem führen.



5 Das HRD mit dem Entwicklungsweg massereicher Sterne von der Hauptreihe weg, die sich im Instabilitätsstreifen dann wie Cepheiden verhalten

Instabilitätsstreifen

Bei einem „Spaziergang“ durch das HRD trifft man auf viele interessante Entwicklungslinien und kleinere Häufungsstellen. Ein Zoo von speziellen Sterntypen tut sich auf, die sogenannte Hayashi-Linie zu erkunden wäre ebenso interessant wie die Betrachtung der Abkühlungssequenz der Weißen Zwerge. In diesem Beitrag müssen wir Beschränkung üben und werden uns nachfolgend dem sogenannten Instabilitätsstreifen im HRD widmen – genauer gesagt, den Cepheiden als prominentesten Vertretern aus diesem Streifen, die für die Bestimmung großer kosmischer Entfernungen von herausragender Bedeutung sind. Für die Theorie des inneren Aufbaus der Sterne waren die Cepheiden einst ebenso wichtig wie für die heutige Kosmologie. Grundsätzlich alle Sterne, die sich bei etwa 6000 °C Oberflächentemperatur im HRD befinden, neigen dazu, Pulsationen auszuführen. Ihre äußeren Gasschichten befinden sich in einem labilen Gleichgewicht. Die vom Sterninneren ankommende Energie wird beim Passieren der äußeren Sternhüllen behindert, sodass sich diese Bereiche des Sterns aufheizen. Dadurch dehnen sie sich aus, die Wärmestrahlung kann entweichen und die Gashüllen schrumpfen wieder in Richtung Sternzentrum.

Indem der Stern dauerhaft mechanisch pulsiert, macht er aber grundsätzlich nichts anderes als eine beliebige Wärmekraftmaschine. Und eine periodisch arbeitende Wärmekraftmaschine kann langfristig nicht funktionieren, indem sie ihre Energie ausschließlich aus der Abkühlung eines Wärmereservoirs bezieht (*Max Plancks* Formu-

lierung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik). Demnach muss in den Sternen eine Energiequelle verborgen sein. Was wir heute mit Sicherheit wissen, war vor rund 100 Jahren eine kleine Sensation auf dem Erkenntnisweg bei der Erforschung des inneren Aufbaus der Sterne!

Doch zurück zum HRD: Es gibt zwei Beziehungen für Cepheiden, die von grundlegender Bedeutung sind – die sogenannte Perioden-Dichte-Beziehung (PDB) und die Perioden-Leuchtkraft-Beziehung (PLB). Die PDB ist einfach nachzuvollziehen. Verliert der Stern sein Gleichgewicht, kommt es infolgedessen zu einem Einfall der äußeren Materie in Richtung Zentrum, dann muss dabei die „Fallzeit“ aus Dimensionsgründen ähnlich zu berechnen sein wie die Fallzeit beim freien Fall. Es wird also gelten

$$t^2 \sim \frac{s}{g} \sim R \cdot \frac{R^2}{M} \sim \frac{1}{\rho}. \quad (8)$$

Gleichung 8 bleibt auch dann gültig, wenn wir beachten, dass die gesamte Pulsationszeit P nur einen gewissen – aber festen – Bruchteil der „Fallzeit“ ausmacht. Um auf einfachem Wege theoretisch zu der bereits erwähnten PLB zu gelangen, benötigt man eine Information über den Entwicklungsweg massereicher Sterne nach dem Verlassen der Hauptreihe. Diese laufen auf Entwicklungswegen, die direkt, nahezu horizontal und parallel in den Instabilitätsstreifen eintreten (**Bild 5**). Oder anders formuliert: Die Cepheiden haben durch diese Besonderheit ihres Entwicklungsweges die eigentlich nur auf der Hauptreihe gültige MLB in den Instabilitätsstreifen „mitgenommen“. Damit lässt sich die Existenz der PLB verstehen [10]. Wir gehen von der MLB aus und formulieren sie mit Hilfe der Potenzgesetze um:

$$L \sim M^3 \rightarrow L^{1/6} \sim M^{1/2}. \quad (9)$$

Anschließend verwenden wir die Tatsache, dass im Instabilitätsstreifen nahezu alle Sterne die gleiche Oberflächentemperatur besitzen, weshalb aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz in der Form (2) eine einfache Abhängigkeit der Leuchtkraft vom Radius wird, die man mit Hilfe der Potenzgesetze erneut geschickt umschreibt:

$$L \sim R^2 \rightarrow L^{3/4} \sim R^{3/2}. \quad (10)$$

Für die Periodendauer P gilt die PDB, die man zunächst in die Potenzabhängigkeiten der Proportionalitäten (9) und (10) überführt:

$$P \sim \frac{L^{3/4}}{L^{1/6}}. \quad (11)$$

Insgesamt erhält man eine (sogar recht gute) Form der PLB in der Potenzdarstellung:

$$L \sim P^{12/7}. \quad (12)$$

Mit den letzten Überlegungen haben wir das Anforderungsniveau eines Physikleistungskurses ausgereizt. Unter hochschuldidaktischen Gesichtspunkten könnte man alle vorgestellten Überlegungen weiter vertiefen und fortsetzen.

Der Leser mag für sich selbst entscheiden, wie weit er für sich persönlich auf diesem Weg voranschreiten möchte. Einen leichten „Spaziergang“ durch das HRD gibt es leider nicht, eher einen anspruchsvollen Wanderparcours. Doch es ist wie im Sport: Nichts macht zufriedener als eine gemeisterte Herausforderung.

Literatur:

- [1] Schwarz, O.: *Astronomie – Eine praktische Wissenschaft*. Duden PAETEC Schulbuchverlag, Berlin, 2008, S. 66
- [2] Bernhard, H.: *Sternentwicklung im Unterricht*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 32 (1995) 25
- [3] Klinger, U.: *Das HRD – ein „experimenteller“ Zugang*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 38 (2001) 6
- [4] de Boer, Klaas S.: *Das Hertzsprung-Russell-Diagramm und das Maß der Sterne*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 38 (2001) 6
- [5] Lindner, K.: *Die Zustandsgrößen der Sterne im Unterricht*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 43 (2006) 2
- [6] Winnenburger, W.: *Zustandsgrößen in Physik und Astronomie*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 43 (2006) 2
- [7] Schwarz, O.: *Analogiebetrachtungen und Modellexperimente für stellare Zustandsgrößen*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 43 (2006) 2
- [8] Schwarz, O.: *Die Leuchtkraftzunahme der Sonne in elementarer Darstellung*. In: *ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht* 46 (2009) 3 – 4
- [9] Schwarz, O.: *Die homologen Transformationen als Hilfsmittel zum Verständnis des Hertzsprung-Russell-Diagramms*. In: *Didaktik der Physik, Physikertagung der DPG (Vortragsband)* (1995), S.122 – 127
- [10] Hansen, C. J.; Kawaler, S. D.: *Stellar Interiors*. Springer-Verlag, 1994, S. 81

Prof. Dr. Oliver Schwarz
 Universität Siegen, Institut für Physikdidaktik
 Adolf-Reichwein-Str. 2
 57068 Siegen